

OS ELEMENTOS DE EUCLIDES E ACERVO DAS EXISTENTES NA BIBLIOTECA DA ACADEMIA MILITAR



*Filipe Lopes Papança**
Professor

O conhecimento Matemático distingue-se das outras formas de conhecimento, uma vez que em Matemática uma verdade uma vez adquirida é adquirida para sempre.

Coube aos antigos Gregos a glória de terem criado a Matemática como ciência racional, baseada no raciocínio lógico dedutivo. A beleza é então encarada como o esplendor da verdade racional.

Por esta razão foram os responsáveis por uma mudança do modo de elaboração dos manuais. De meras colecções de problemas como era característico nas primeiras civilizações: Babilónia, Egipto ¹, China ² (pelo menos até ao período Han), estes transformaram-se em obras em que a matéria é exposta de uma forma organizada, fundamentada e em que as verdades são apresentadas de uma maneira irrefutável.

Ainda hoje existem tratados matemáticos do tempo áureo grego que constituem autênticas referências a nível do conhecimento matemático. O caso mais flagrante são os *Elementos de Euclides*.

Existiram anteriormente outros manuais do mesmo tipo, como o de Hipócrates de Chios, uma sistematização da Matemática dos Pitagóricos a que pela sua organização se deu igualmente o nome de “Elementos”, mas que não tiveram o mesmo impacto.

* Professor Licenciado em Matemática Aplicada e Mestre em Estatística e Gestão de Informação.
Docente na Escola Superior Politécnica do Exército.

¹ Papiro de Rhind; Papiro de Moscovo.

² Nove Capítulos.

A figura deste matemático aparece relacionada com a Biblioteca de Alexandria, cidade grega fundada no Egito por Alexandre “O Grande” no séc. IV a.C.. O prestígio desta instituição deveu-se sobretudo a grandes vultos das Matemáticas da antiguidade que a ela estiveram ligados, Euclides, Eratóstenes, Arquimedes, Apolónio, Heron.

Pouco se sabe sobre a vida de Euclides, além de ter ensinado nesta instituição; ficou sobretudo famoso com a escrita do manual didáctico que resume a mais importante Matemática elementar descoberta até então e a que se deu o nome de “Elementos”, uma das suas cinco obras que sobreviveram até hoje ³.

Constitui um dos livros de texto mais antigos de todos os tempos. A definição de alguns conceitos e mesmo algumas demonstrações não terão o rigor e a abrangência hoje exigidas, mas para a época representou um passo muito importante tanto na organização do raciocínio, como na didáctica, com repercussões no desenvolvimento do próprio conceito de beleza, na estética, na astronomia, na arquitectura e na engenharia.

Os “Elementos” dividem-se em treze livros que correspondem sensivelmente aos capítulos de um livro actual. Os quatro primeiros livros tratam de geometria plana, o quinto livro a teoria das proporções de Eudoxo e no sexto estes princípios são aplicados à semelhança de figuras planas. Os livros sétimo, oitavo e nono são dedicados à teoria dos números. O décimo contém a discussão de raízes e irracionais quadráticos. Os últimos três volumes tratam do estudo dos sólidos geométricos.

Em termos de organização tenta sistematizar o conhecimento a partir de um conjunto de premissas iniciais: definições, postulados e axiomas. As definições têm como objectivo definir ou precisar o significado dos termos. Os postulados significam, no fundo, pedidos. Pede-se que se aceite algo para que se possa prosseguir na caminhada do conhecimento. Os axiomas constituem aquelas verdades que deverão ser aceites por si, sem necessidade de demonstração.

Ainda hoje existem exemplares dos “Elementos” na Biblioteca da Academia Militar, como é o caso da edição de 1625, impressa em Paris com geometria traduzida em latim por Cláudio Hardy Sebast com o texto em grego ao lado e da versão latina de Frederico Commandino dos seis primeiros livros, do undécimo e duodécimo, impressa em Coimbra em 1792.

No séc. XVIII, o programa da disciplina de Matemática do colégio dos Nobres incluía o estudo dos seis primeiros livros dos Elementos. Esta instituição era mesmo detentora do privilégio exclusivo atribuído pelo Marquês de Pombal, da impressão dos livros de Euclides, Arquimedes e outros clássicos da Matemática,

³ Os Elementos, Os Dados, Divisão de Figuras, Os Fenômenos e Óptica.

sendo o referido privilégio transferido para a Universidade de Coimbra, aquando da sua reforma em 1775 como se refere na mencionada edição de 1792. Era igualmente objecto de estudo nas academias que antecederam a Academia Militar, criada por decreto de 12 de Janeiro de 1837, pelo Marquês de Sá da Bandeira então com o nome de Escola do Exército.

É ainda neste século que por exigência do ensino militar, visto grande parte dos grandes matemáticos nesta época estarem ligados a este meio, surge uma nova geração de manuais escolares, especialmente destinados aos alunos, que embora inspirados nos Elementos de Euclides incorporam os mais recentes desenvolvimentos matemáticos da época, ao mesmo tempo que inovam no aspecto didáctico. São exemplo disso os Manuais: *Elements de Geometrie à l'Usage de l'École Centrale des Quatre Nations* (Lacroix), *Elements de Algebre a l'Usage de l'École Centrale des Quatre Nations* (Lacroix), *Elements de Geometrie avec notes* (Legendre), *Princípios Matemáticos para utilização dos alunos da Casa Pia de Lisboa* (José Anastácio da Cunha), dos quais existem exemplares na biblioteca da Academia Militar.

As obras de Lacroix representam um importante avanço em relação ao tempo de Euler (do qual existe nesta instituição também uma obra intitulada de Elementos - *Elements d'Algebre*) tanto em termos de exposição, assemelhando-se já a manuais modernos, como em termos de precisão de conhecimentos e mesmo de notação, pese embora neste aspecto haver ainda alguns problemas, como por exemplo aparecerem dois sinais seguidos. Conceitos como a função exponencial e a função logarítmica são amplamente aperfeiçoados. A noção de determinante começa a aparecer de forma implícita.

No caso do desenvolvimento em série faltam ainda nas fórmulas, a explicitação do resto. Em termos da trigonometria, não se assume ainda o círculo trigonométrico de raio um.

O livro *Elements de Geometrie avec notes* (Legendre) de 1794, ano do terror com vinte edições em vida do autor, tornou-se um clássico, por aliar o rigor e a clareza, vindo de facto, a nível de ensino, substituir em muitas instituições os *Elementos de Euclides*; converteu-se também num modelo especial para as escolas americanas, de tal forma que o ensino da matemática na actualidade reflecte ainda muitas das suas concepções. A organização é muito semelhante à de Euclides, reorganizando, reordenando, simplificando, e repetindo em alguns casos, muitas proposições. São introduzidas novas como o teorema de Euler⁴, proposição XXIV, página 128, cuja demonstração foi publicada pela primeira vez nas memórias de

⁴ Faces + Vértices = Arestas + 2

S. Petersburgo, como é mencionado na nota IX, página 311, em que são descritas igualmente algumas das consequências deste teorema.

O quadrado da soma e da diferença são definidos de forma geométrica, como nos Elementos, o conceito de Semelhança de triângulos substitui a visão anterior, em que esta era vista como igualdade, é dada a prova que $\sqrt{2}$ é irracional, assim como $\sqrt{2}$ ao quadrado e conjectura-se que $\sqrt{2}$ não é solução de nenhuma equação algébrica de coeficientes racionais; como inconveniente continua a repetir o mesmo erro, mais de vinte séculos depois da Grécia clássica, ao afirmar que o todo é igual à soma das partes.

Os *Princípios Matemáticos para Instrução dos Alunos do Collegio de S. Lucas da Real Casa Pia do Castelo* de S. Jorge de José Anastácio da Cunha, publicado em 1790, pretendem ser, segundo desígnio próprio do autor, a base de toda a Matemática conhecida até então. Militar, tenente do Exército, em 1762 com 18 anos assentou praça no Regimento de Artilharia do Porto, então aquartelado em Valença, onde recebe formação em Matemática. Leccionou na Universidade de Coimbra por nomeação do Marquês de Pombal, sendo destituído desse cargo após uma perseguição movida pela inquisição, acabando por ser nomeado director da Casa Pia por sugestão de Pina Manique. Interessante observar nesta obra, o desenvolvimento da teoria dos números com base na teoria da proporção de Eudoxo, objecto de descrição no livro III. Nesta época, o tratamento dado às questões de convergência revelava-se ainda insuficiente. Segundo o professor Vítor Gonçalves, a definição I, do livro VIII dos Princípios o Critério de Convergência apresentado é precisamente o mesmo que a condição necessária e suficiente apresentada por Cauchy no *Cours de Analyse* de 1821. Esta é utilizada uma única vez na demonstração da série geométrica de razão inferior a 1. A convergência das séries é utilizada por comparação dos seus termos com os das séries geométricas.

Foram efectuadas duas publicações desta obra, uma Portuguesa de 1790, já póstuma (consta que as últimas correcções foram já efectuadas na véspera da sua morte) e outra Francesa impressa em Bordéus em 1811.

A Geometria Euclidiana continua ainda hoje a ser objecto de estudo e de diversas obras como é o caso da Geometria Euclidiana de A. J. Franco de Oliveira editada pela Universidade Aberta.

BIBLIOGRAFIA

- Anastácio da Cunha, José; *Princípios Matemáticos para Instrução dos Alunos do Collegio de S. Lucas da Real Casa Pia do Castelo de S. Jorge*; Officina de António Rodrigues Galhardo; Lisboa; 1790.
- Anastácio da Cunha, José; *Princípios Matemáticos para Instrução dos Alunos do Collegio de S. Lucas da Real Casa Pia do Castelo de S. Jorge* – reprodução fac-simile da edição publicada em Bordéus em 1811; Departamento de Matemática da Universidade de Coimbra; 1987.
- Boyer, Carl B.; *História da Matemática*; Blucher; 2ª Edição; São Paulo; 1999.
- Costa, José Ricardo da; *Apontamentos para a História da Escola do Exército*; Imprensa Nacional; Lisboa; 1886.
- Euler, Leonard; *Elements de Algèbre traduits de l'Alemand*, Lyon, Bruyset; 1794.
- Euclides; *Elementos*; Imprensa da Universidade; Coimbra; 1792.
- Gonçalves, Vicente; *Actas do Congresso do Mundo Português*, 1940.
- Lacroix, S. F.; *Elements de Algèbre a l'usage de l'Ecole Centrale des Quatre Nations*; Imprimerie de Chapelet, troisième édition; Paris; 1803.
- Lacroix, S. F.; *Complement des Elements de Algèbre a l'usage de l'Ecole Centrale des Quatre Nations*; Imprimerie de Chapelet, deuxième édition; Paris; 1801.
- Lacroix, S. F.; *Elements de Geometrie a l'usage de l'Ecole Centrale des Quatre Nations*; Imprimerie de Chapelet, deuxième édition; Paris; 1802.
- Lacroix, S. F.; *Complement des Elements de Geometrie- Essais de Geometrie sur les plans et les surfaces courbes*; Imprimerie de Chapelet; Paris; 1802.
- Legendre; *Elements de Geometrie avec notes*; Firmin Didot; Paris; 1794.
- Sebastião e Silva, José; *AMatemática na Antiguidade*; Sociedade Portuguesa de Matemática.
- Sena, Camilo; *A Escola Militar de Lisboa*; Imprensa Nacional de Lisboa; 1922.
- Simões, J. M. Oliveira; *A Escola do Exército*; Imprensa Nacional; Lisboa; 1892.
- Struik, Dirk J.; *História Concisa das Matemáticas*; Gradiva; Lisboa; 1999.