

A PERSPECTIVA - DO RENASCIMENTO À
SOCIEDADE DA INFORMAÇÃO
PARTE II



Carlos Tavares Ribeiro ()*
Professor Associado

Resumo

O artigo anterior apresenta o conceito de perspectiva à luz da sua importância no contexto do desenvolvimento civilizacional. O conceito de perspectiva que surge no séc. XV, a que se associa o desenvolvimento do, também fundamental, conceito de projecção, tem sido objecto de sucessivos estudos e análises, nomeadamente quando resultantes da introdução de novas metodologias e novas técnicas de algum modo disponibilizadas para a sua execução prática.

O propósito de culto, mas também o conceito de imagem, a que se tem assistido, sobretudo nas últimas décadas do séc. XX, a que se associa todo um processo de comunicação também suscitado por novas possibilidades da investigação e desenvolvimento científicos, em particular todo o processo de desenvolvimento inerente à Sociedade da Informação, suscita sistematicamente o recurso ao conceito de perspectiva que têm conduzido a novas formas da sua execução, como se apresenta neste artigo. Mas, como se referiu, sem nunca contrariar, ou sequer modificar, o conceito fundamental de perspectiva tal como estabelecido a partir do séc. XV. O jogo – observador-objecto-plano de projecção – enunciado no artigo anterior, continua a constituir o procedimento fundamental na obtenção da perspectiva, independentemente do modo de obtenção, sempre a partir dos procedimentos que esse jogo suscita.

(*) Docente na Academia Militar, nos cursos de Engenharia Civil e de Engenharia Mecânica e por protocolo na Universidade Aberta. Membro efectivo do Centro de Investigação da Academia Militar. (CINAMIL).

1. A PERSPECTIVA COMO O RESULTADO DAS RELAÇÕES OBSERVADOR, OBJECTO E PLANO DE PROJECCÃO E A PROJECCÃO DA PERSPECTIVA

A relação Observador - Objecto - Plano de projecção... O número ilimitado de diferentes modos de combinação destas entidades (considere-se como plano de projecção o filme no interior de um câmara e imagine-se a quantidade de fotografias possíveis de obter de um dado objecto!), permite obter um número ilimitado de Projecções Geométricas Planas (PGP) que induz na necessidade de uma classificação, pelo menos de carácter qualitativo, por fixação sucessiva de cada uma das entidades em jogo. À partida, o próprio Plano de Projecção ao qual se associa um referencial cartesiano, único para as ainda infinitas situações da relação observador-objecto no contexto desse referencial e a consideração de que o observador está, nos termos do referencial estabelecido, sobre o seu eixo dos zz (**Fig. 1**).

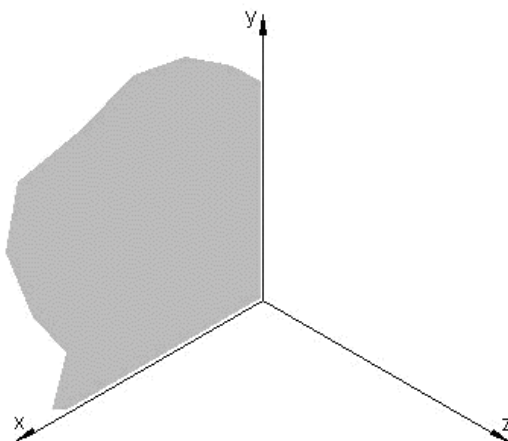


Fig. 1 - Na análise das relações observador-objecto-plano de projecção, estabelece-se à partida um referencial cartesiano associado ao plano de projecção.

1.1. A posição do Observador

Das infinitas situações, no que se refere à distância do observador em relação ao objecto ou ao plano de projecção (**Fig. 2**), podem considerar-se duas que são, de facto, qualitativamente diferentes (**Fig. 3**):

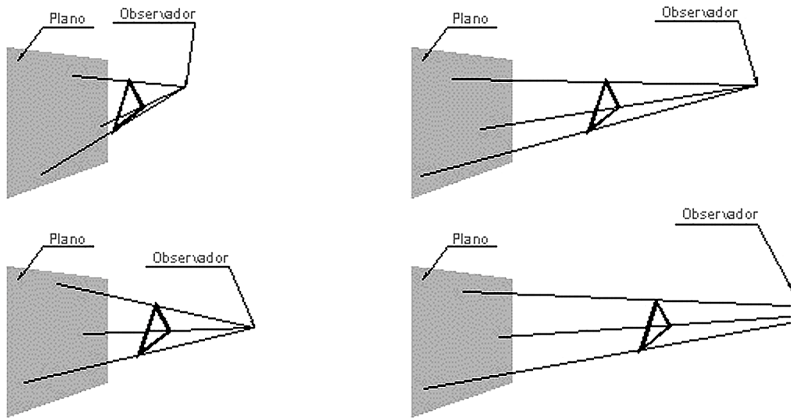


Fig. 2 - Algumas das infinitas distâncias possíveis do observador em relação ao plano de projecção.

À medida que a distância vai sendo cada vez maior, as projectantes tendem a tornar-se paralelas. Numa situação de limite, a distância do observador é infinita e as projectantes tornam-se definitivamente paralelas.

Em termos de projectantes (necessárias à delimitação do objecto) verificam-se assim dois tipos qualitativamente diferentes (não-perpendiculares e perpendiculares) e daí ser possível estabelecer uma classificação para as respectivas projecções. Precisamente as duas situações determinadas por:

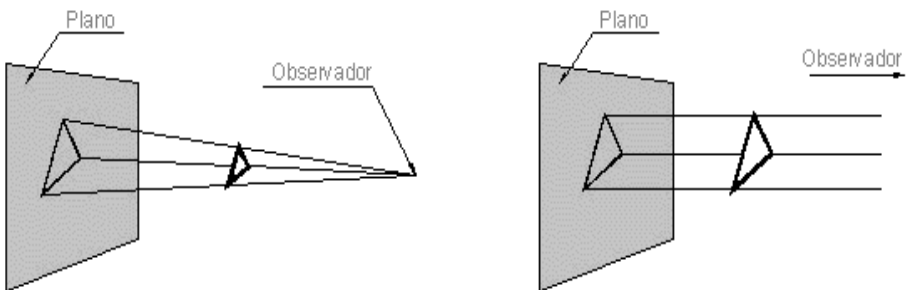


Fig. 3 - Diferença qualitativa entre a configuração do feixe de projectantes

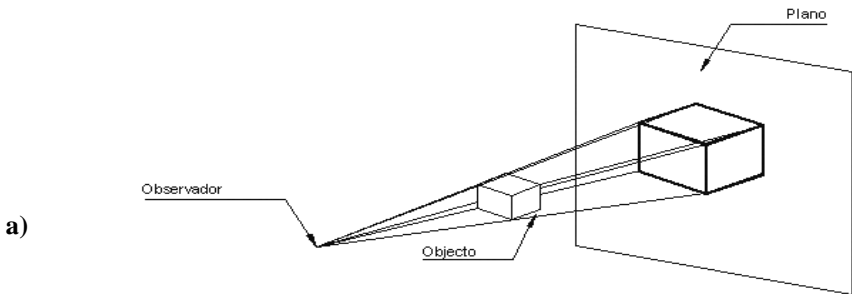
- Observador a uma distância finita: A distância, do observador ao objecto, é mensurável: O feixe de projectantes assume uma configuração cónica;

- Observador a uma distância infinita: A distância, do observador ao objecto, é infinita: As projectantes são paralelas e o feixe que constituem assume uma configuração cilíndrica;

A “imagem” que se pode obter por representação no plano - em 2D - de uma forma (ou conjunto de formas) existente (ou a existir), inevitavelmente e por razões físicas em 3D, resultante da relação (do jogo) entre as três entidades: **Observador - Objecto - Plano de Projecção**, é pois o que, em rigor, se designa como uma Projecção Geométrica Plana.

Se para cada um destes tipos de combinação observador-objecto, isto é se para cada uma destas perspectivas se proceder à sua projecção no plano de projecção considerado, obtém-se a **projecção de cada perspectiva** – uma imagem (i.e. uma representação) em 2D, porquanto no plano, que por comodidade de linguagem se designa simplesmente por projecção e em geral, embora menos correctamente, por, perspectiva¹. Ainda menos correctamente é por vezes designada como *imagem em 3D*, quando de facto se trata apenas de uma representação plana – em 2D, ainda que de um objecto que existe (ou existiria) em 3D.

Assim, para cada um dos casos e no que se refere exclusivamente à relação do observador (segundo o eixo dos zz, como se referiu) com o objecto para um dado plano de projecção definido, ter-se-á (**Fig. 4**):



¹ Ainda que menos correctamente é usual confundir-se o termo *perspectiva* com a sua própria representação que se obtém por *projecção de uma dada perspectiva*, com a representação que, em rigor, se constitui como uma *projecção da perspectiva*, a que, em termos de simplificação se poderia designar simplesmente por *projecção*. A designação corrente de *perspectiva*, como a sua representação por projecção, só numa análise rigorosa poderia gerar ambiguidade, pelo que tem sido admissível na linguagem corrente. Porém, é também no discernimento rigoroso destes dois conceitos que se fundamentaram as possibilidades de representação da perspectiva (por projecção, necessariamente) a partir da sua geração em sistemas informáticos e de uma modo geral todo o processo de desenvolvimento das tecnologias de processamento de imagem.

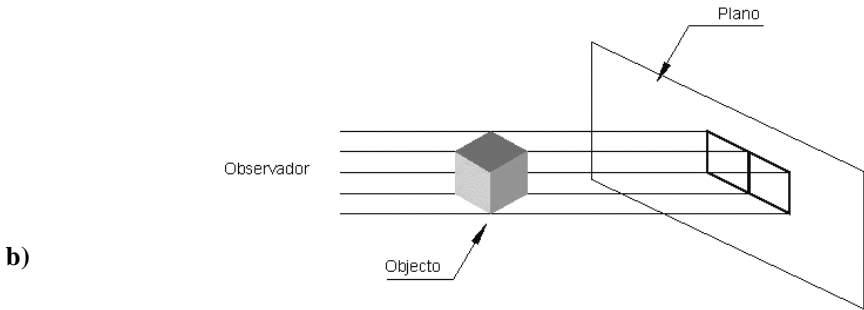


Fig. 4 - *Projecção Cónica (a) e Projecção Cilíndrica (b), conforme posição do observador face a uma dada relação objecto-plano de projecção.*

1.º Caso: Projecção Central ou Cónica - Observador a uma distância bem definida e finita, do plano de projecção.

Verifica-se que:

- As dimensões com que se obtém a projecção não são as dimensões reais, independentemente da escala utilizada.
- As projectantes não são ortogonais em relação ao plano: a projecção não é ortogonal.

2.º Caso: Projecção Paralela ou Cilíndrica - Observador a uma distância infinita do plano de projecção.

Verifica-se que:

- Na projecção plana do objecto (cubo, p.ex.), os elementos (arestas) paralelos ao plano, correspondem às suas dimensões reais: verdadeira grandeza.
- As projectantes são ortogonais em relação ao plano: a projecção é ortogonal.

1.2. A Posição do Objecto

Por sua vez, associando ao objecto e ao plano de projecção referenciais cartesianos, respectivamente XYZ e xyz (**Fig. 5**) é imediato admitir infinitas posições do objecto em relação ao plano, correspondentes a outros tantos valores dos possíveis ângulos formados pelos eixos $X - x$, $Y - y$ e $Z - z$ percorrendo o conjunto dos números reais, a que correspondem por sua vez outras tantas representações com mais, ou menos, deformação de alguma(s) da(s) dimensões, mas quantificáveis através de um coeficiente: coeficiente de redução.

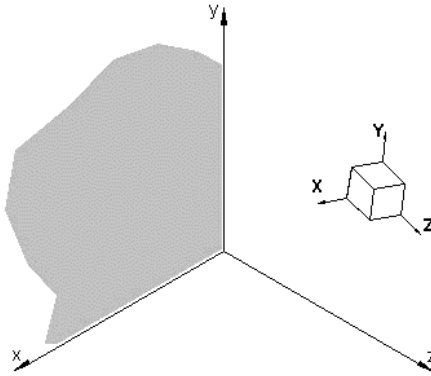


Fig. 5 - Referenciais associados ao objecto e ao plano de projecção

1.2.1. Projecção Paralela ou Cilíndrica

No âmbito da Projecção de tipo Paralelo ou Cilíndrico (observador a uma distância infinita do plano de projecção) são consideradas fundamentalmente duas situações:

- Ângulos $X^{\wedge}x = Y^{\wedge}y = 0^{\circ}, 90^{\circ}$ ou 180° , isto é eixos homólogos paralelos, (Fig. 6-a): Projecção Ortogonal (simples)
- Ângulos $X^{\wedge}x, Y^{\wedge}y, Z^{\wedge}z$, podendo ser ou não iguais entre si, mas estabelecendo sempre valores diferentes de $0^{\circ}, 90^{\circ}$ ou 180° (Fig. 6-b): Projecção Axométrica

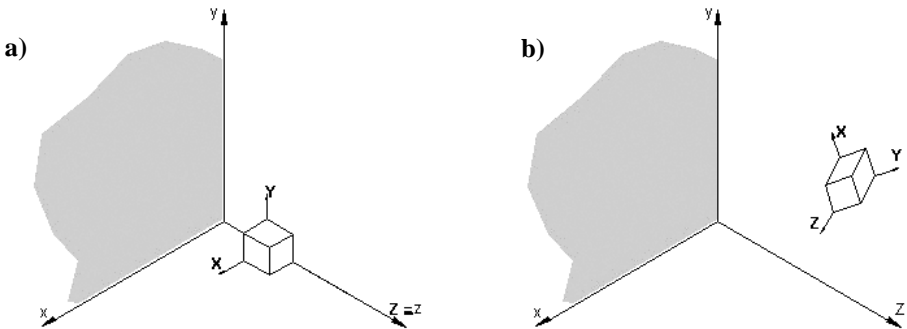


Fig. 6 - Possibilidades qualitativamente diferentes dos ângulos dos referenciais do objecto e do plano de projecção a) Projecção Ortogonal (simples) b) Projecção Ortogonal Axométrica.

Em ambos os casos o observador “está sobre o eixo dos z” e observa segundo um feixe de projectantes (paralelo) ortogonal em relação ao plano de Projecção. Trata-se assim e em ambos os casos de Projecções ortogonais.

No caso de o observador se “situar fora” do eixo dos Z, o eixo de projectantes embora paralelo ($d = \infty$), não é ortogonal em relação ao Plano de Projecção e o tipo de projecção designa-se Oblíquo (**Fig. 7**).

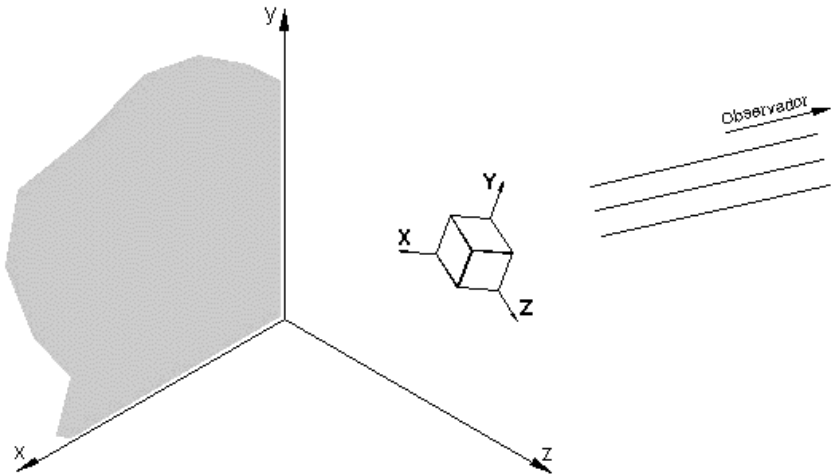
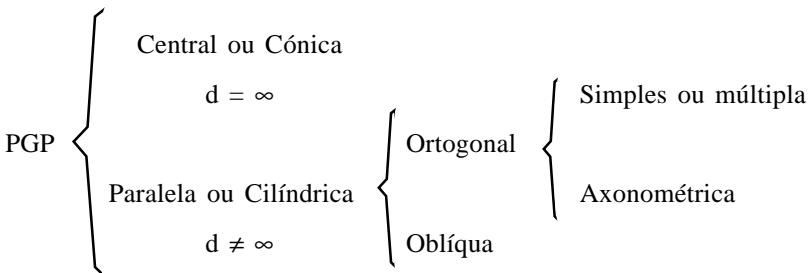


Fig. 7 - Projecção Oblíqua: Feixe de projectantes (paralelo) oblíquo em relação ao plano de projecção.

Estabelecem-se assim as situações seguintes em termos de Classificação de Projecções Geométricas Planas (PGP):



sendo d , a distância do Observador ao Plano de Projecção.

1.2.1.1. *Ortogonal*

A designação PGP Paralela Ortogonal Simples ou PGP Paralela Ortogonal Múltipla refere-se à possibilidade de obtenção de diferentes projecções ortogonais de um mesmo objecto correspondentes a diferentes combinações das relações $X^{\wedge}x$, $Y^{\wedge}y$ e $Z^{\wedge}z$, restritas no entanto aos valores já especificados para este ‘grupo’ da classificação, de 0° 90° ou 180° . A obtenção de diferentes projecções de um mesmo objecto nestas condições (vistas) criteriosamente seleccionadas permite uma total e inequívoca representação de qualquer objecto. De entre o “grupo” da Projecção Ortogonal distingue-se também o “subgrupo” da PGP Paralela Ortogonal Axonométrica, já definido. Este grupo que envolve à partida também infinitas possibilidades, caracteriza-se por resultar na obtenção de uma representação com deformação da verdadeira relação de dimensões do objecto segundo as direcções X, Y e Z. Verifica-se no entanto que há duas situações bem determinadas, isto é dois conjuntos de valores dos ângulos $X^{\wedge}x$, $Y^{\wedge}y$ e $Z^{\wedge}z$, para os quais essa deformação é tão pequena que pode ser desprezada ou embora significativa é bem conhecida e quantificável pelo que pode admitir-se a representação correspondente desde que se tenha em consideração essa deformação através de um correspondente **coeficiente de redução**. A estas duas situações correspondem respectivamente as projecções axonométricas Isométrica e Dimétrica. Todas as restantes possibilidades para o conjunto de valores dos ângulos entre os eixos do referencial associado ao plano de projecção e os eixos do referencial associado ao objecto incluem-se num subgrupo de PGP Paralela Ortogonal Axonométrica Trimétrica.

1.2.1.2. *Oblíqua*

Das infinitas possibilidades de relação observador-objecto-plano de projecção na situação de feixe de projectantes paralelas embora oblíquas em relação ao plano de projecção "Observador fora do eixo dos z" em termos de utilização prática selecciona-se a situação de ângulos $X^{\wedge}x$, $Y^{\wedge}y$ e $Z^{\wedge}z$ de 0° . Restringe-se no entanto a posição do observador fora do eixo dos z à situação de se estabelecer um ângulo entre a direcção do feixe de projectantes e o plano de projecção de 45° e coeficientes de redução de 0.4 a 1.0, destacando-se designadas projecções oblíquas, respectivamente, cavaleira (coef. de redução: 1.0) e a de gabinete (coef. de redução: 0.5).

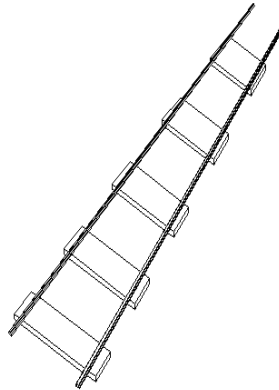
Por outro lado é ainda usual em certos casos, considerar o plano de projecção ser coincidente com o plano definido pelos eixos $x \wedge z$, e também um ângulo de 45° do feixe de projectantes paralelas, a que corresponde a designada projecção paralela e oblíqua militar.

1.2.2. *Projecção Central ou Cónica*

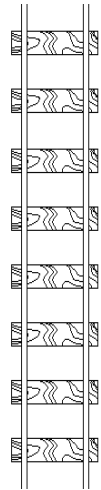
A projecção central ou cónica é que se refere ao grande grupo de projecções para as quais o observador se situa a uma distância finita do plano de projecção é por esta mesma razão a situação em que a representação obtida mais se aproxima do modo como “se vê a realidade”. É com efeito o tipo de representação que se obtém através da fotografia. Apreciável deformação no que se refere às relações de dimensões segundo as direcções do referencial associado ao plano de projecção é inevitável, como seria de esperar, por ser variável de ponto a ponto, a distância entre projectantes, segundo a direcção visual do observador. É no entanto o tipo de representação mais “perfeita” de um objecto ou conjunto de objectos e por isso mais facilmente legível por um maior conjunto de pessoas principalmente não familiarizadas com este assunto. Não deixa de ser interessante referir que embora sendo uma representação mais deformada que qualquer outra (e especificamente em relação ao grupo das Projecções Para-



a)



b)



c)

Fig. 8 - Foto (a) de uma via férrea e representações; b) aproximação a uma projecção central; c) representação em projecção paralela

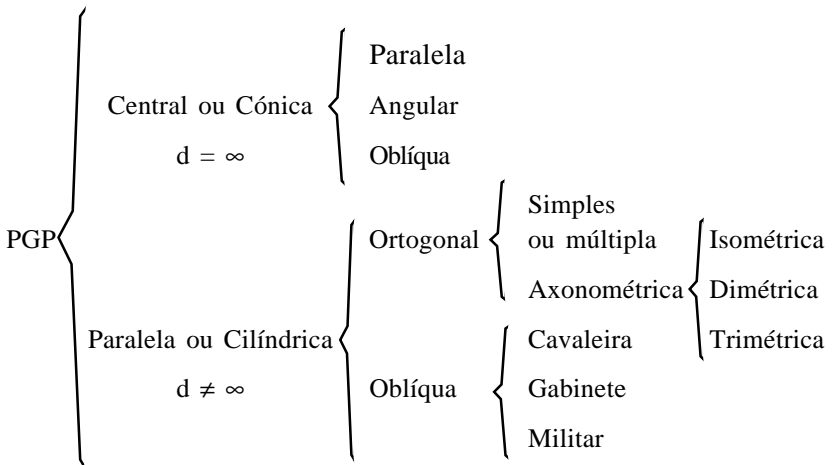
lelas ou Cilíndricas), é no entanto a mais legível. É uma deformação semelhante, à da representação por projecção central ou cónica que o olho humano capta e que no entanto sabemos corrigir intuitivamente. O clássico exemplo da via férrea - duas linhas paralelas que de facto não se vêem paralelas, não se apresentam paralelas (em projecção central) e no entanto sabemos “corrigir” e afirmar que o são (**Fig. 8**). De facto trata-se de um processo de inteligência humana e de mecanismo de percepção.

A simples experiência de viver desencadeou a capacidade de perceber e aprender a ver “corrigindo” o que se vê. Por se tratar de uma representação tão próxima do modo como se vêem os objectos, a esta projecção também se atribui (ainda que sem rigor) a designação de perspectiva rigorosa.

Por outro lado e dadas as possibilidades de localização do observador - ponto de vista, de entre as situações de se manter a uma distância finita do plano de projecção, é possível obter diferentes tipos de projecção central ou cónica (que aqui não será considerada) correspondentes aos três tipos seguintes: Paralela, Angular e Oblíqua.

1.3. Síntese de classificação das PGP

Na sequência da caracterização ao longo de 1.1. e 1.2 uma classificação global das projecções geométricas planas pode então ser apresentada do seguinte modo:



sendo d, a distância do Observador ao Plano de Projecção.

Este processo de classificação a partir da caracterização qualitativa e da quantificação em cada um dos casos da relação *observador-objecto-plano de projecção*, que por sua vez resulta da análise rigorosa dos próprios conceitos, ainda que ancestrais, de perspectiva e da sua representação através de uma projecção, permitiu o surto de desenvolvimento ao nível da imagem, que a conjuntura do desenvolvimento da informática no final do séc. XX tornou possível nos termos já referidos no artigo anterior e que são hoje bem conhecidos.

2. A INFORMÁTICA E A REPRESENTAÇÃO DE FORMAS EM 2D E EM 3D: A GÉNESE DA COMPUTAÇÃO GRÁFICA

Ao desenvolvimento da Informática na década de 70 seguiu-se o surto espectacular a partir do início da década de 80, em nossa opinião, devido a dois aspectos fundamentais:

- A diminuição de custo e de aparato dos sistemas informáticos, simultâneo ao aumento das capacidades de processamento;
- A maior facilidade com que passou a ser possível processar informação gráfica simultânea ou não ao processamento de informação alfanumérica.

Para além das características de utilização da Informática em geral, nomeadamente a capacidade de registo e acesso à informação que o domínio da representação gráfica passa a poder partilhar, assume importância primordial, a possibilidade de manipulação interactiva e em tempo real (no instante em que se deseja, ou quase!) das imagens. Trata-se, por conseguinte, de uma utilização em termos de simulação de diferentes visualizações do objecto representado, para cada relacionamento com o observador.

A utilização dos recursos da Informática associada à representação gráfica, em especial no âmbito da Geometria, apresenta importantes vantagens relativamente aos materiais e instrumentos de representação tradicionais:

- A facilidade de registo e acesso.
- A transposição fácil e rápida de representações gráficas anteriores para novas representações aquando da sua concepção e elaboração. A modificação: deslocamentos, variações de escala, eliminação, acrescento e inclusão de novos elementos gráficos a um desenho em execução, ou por sobreposição de vários desenhos ou parte destes.
- A simulação de diferentes modos de representação no sentido de ser obtida a representação final mais conveniente, como resultado de diferentes visualizações aquando da elaboração e concepção de uma forma ou objecto.

A sua importância em termos práticos tem conduzido a ampla investigação e desenvolvimentos nos últimos anos, e por conseguinte a uma redescoberta da própria Geometria e da sua cada vez maior relação com outras Ciências. Surge assim um novo domínio de conhecimento, resultante da multidisciplinaridade científica que envolve os domínios da Matemática, da Geometria e da Informática — a Representação Gráfica Computacional cujo objecto se constitui no tratamento informático de informação de natureza gráfica.

2.1. *Computação Gráfica*

No âmbito da Representação Gráfica Computacional interessa considerar sobretudo a Computação Gráfica cujo objectivo é o estabelecimento de algoritmos de identificação e representação de formas definidas como bases de dados, e de algoritmos de manipulação dessas formas a partir do acesso a essas bases de dados.

A formulação e implementação em sistema informático, de algoritmos para representação de figuras (geométricas) e manipulação dessas figuras seguida de nova representação para visualização da figura transformada (manipulada), constitui, como se referiu, o âmbito da Computação Gráfica.

Estes algoritmos são em geral escritos numa linguagem de programação que disponha de primitivas de representação gráfica elementares; isto é. comandos com os quais seja possível constituir instruções de Programa para traçado de elementos gráficos (segmentos de recta, círculos, elipses, etc.).

As versões mais recentes (e mesmo outras anteriores) das Linguagens de Programação mais usuais — Basic (versão QuickBasic), Pascal (turboPascal) e C e ainda que de outros modos, as Linguagens de Programação orientadas por objectos (do tipo Visual Basic e visual C) incluem este tipo de comandos. Outras linguagens especialmente vocacionadas para Programação relativa a processamento de informação gráfica de modo interactivo (ex.: Linguagem Lisp), integram rotinas mais complexas, constituindo comandos capazes de conduzir a resultados mais sofisticados em termos de traçado e manipulação de elementos gráficos (polígonos, sólidos, geração de superfícies, etc.).

Um conjunto de rotinas deste tipo pode constituir assim uma potente ferramenta na construção de Programas de Projecto Assistido por Computador (CAD) e de processamento de imagem em geral, de aplicação mais ou menos específica, ao nível do traçado automático e interactivo não apenas de entidades geométricas elementares, mas antes de modelos geometricos

(bases de dados de coordenadas e respectivas topologias) de quaisquer objectos a partir dos quais se pode permitir a geração de peças desenhadas de qualquer complexidade do ponto de vista de elementos gráficos que as constituam. Cita-se como exemplo, a elaboração da componente gráfica de Projectos de Arquitectura e de Engenharia.

Quer sob a forma de algoritmos de computação gráfica, cuja utilização requer maior conhecimento e especialização ao nível de Geometria e de Programação, quer sob o “make-up” mais ou menos simpático com que os diversos software de processamento de imagem incluem os algoritmos e os apresentam de uma forma susceptível de utilização sem requerer grandes conhecimentos de Informática ou de Geometria em termos de uma formação científica de base, é obviamente indispensável uma dada configuração de equipamento capaz de processar todo este tipo de informação. Actualmente qualquer computador vendido em supermercado permite-o.

Na **Fig. 9** exemplifica-se uma utilização desta sequência de procedimentos para a peça aí apresentada, por utilização de um algoritmo de computação gráfica implementado em equipamento adequado.

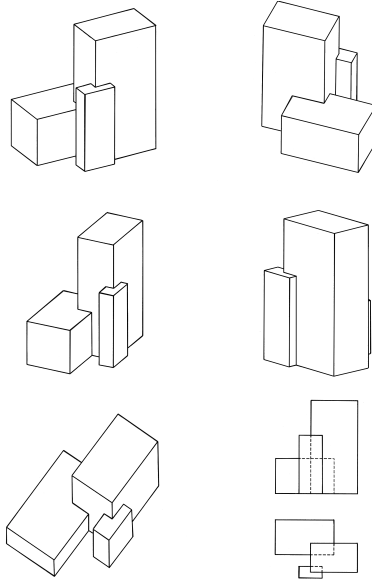


Fig. 9 - Diferentes representações de um objecto, processadas em computador.

Estas representações não são mais que diferentes visualizações da mesma peça, sucessivamente sujeitas a uma projecção plana (no próprio plano em que surge representada).

Os algoritmos para a sua obtenção operam numericamente sobre as bases de dados referentes a uma matriz de coordenadas e a uma matriz de topologia² envolvendo Transformações Geométricas relativamente simples.

2.1.1. *Aparecimento e Evolução*

A Informática, cujo desenvolvimento em termos de uma cada vez maior utilização, ainda que limitada a meios profissionais restritos e inseridos em estruturas empresariais de grande dimensão, se verificou durante a década de 70 tinha, no entanto, uma aplicação praticamente associada, apenas, ao processamento de informação de tipo alfanumérica.

O processamento de *informação* de carácter gráfico, como complemento de pilhas de tabelas de valores numéricos rapidamente processadas em computador mas dificilmente percepcionáveis pela morosidade de leitura, suscita o desenvolvimento de algoritmos capazes de traduzir graficamente essa informação. Data desta altura a representação de gráficos cartesianos e de barras, a partir da impressão de conjuntos de símbolos alfabéticos ou numéricos (tipo sequências de x ou de * ou qualquer outro caractere), com os quais se ‘construía’ uma mancha. Este procedimento chegou inclusivamente a ser generalizado à representação de desenhos cujo interesse, à partida, não ia muito além da mera curiosidade de quem os exibia ou divulgava e dizia “desenho feito por computador”. Chegou a ser quase vulgar a elaboração de calendários incluindo uma imagem da Gioconda ou a caricatura de algum político ‘televisivo’ a partir da representação, com diferentes densidades, de um tipo de caractere alfanumérico dando a ideia de contrastes semelhantes aos de uma fotografia. Neste modo de utilização, interessa também salientar o carácter passivo, bem diferente da ideia que hoje se têm de um utilizador frente a um monitor luminoso onde é apresentada de imediato (ou quase!) a informação introduzida e processada pelo sistema informático em termos previamente estabelecidos. Com efeito, era necessário estabelecer toda a informação, codificada em cartões perfurados (cuja distribuição de furos em cada coluna do cartão significava

² A matriz de topologia estabelece o modo como se ligam os vértices da peça. Por outras palavras, cada linha da matriz indica que vértices constituem as extremidades de uma aresta.

um dado caractere) ou em banda magnética, contendo o modo de processamento e todo o conjunto de dados relativos a um problema em estudo, legível por um dispositivo adequado associado ao computador, que então a processava, sendo posteriormente obtido um resultado final, por impressão em papel.

A ideia de introduzir sequencialmente a informação obtendo sucessivas respostas intermédias de um modo como que dialogante, isto é, interativo, era ainda quase um sonho.

Neste âmbito e ainda na segunda metade da década de 70, são desenvolvidos programas (rotinas), capazes de constituir comandos com capacidade gráfica, de utilização semelhante aos comandos de saída alfanumérica (tipo WRITE ou PRINT).

São comandos do tipo:

- Definição de escalas
- Definição de uma origem
- Desenhar ponto
- Desenhar vector
- Desenhar símbolos

Não obstante a dificuldade e a ausência de características lúdicas na utilização dos dispositivos informáticos, também por isto restrita a poucos utilizadores, o entusiasmo pela investigação e desenvolvimento dos sistemas informáticos iria ter o seu reflexo na década seguinte.

A grande variedade de sistemas para este efeito conduziu a um esforço de normalização no sentido não só da uniformização no diálogo e desenvolvimento deste assunto mas também de lhes conferir características de portabilidade e em 1981 foi definida a norma GKS (Graphic Kernel System) referente à construção de rotinas constituindo comandos de representação gráfica, capazes de serem integrados em Linguagens de Programação, dotando-as assim de capacidades de processamento de imagem.

Como se referiu a década de 80 é caracterizada por uma apreciável proliferação dos sistemas informáticos protagonizando autênticas reconversões de métodos de trabalho em diversos meios. A capacidade de utilização interactiva que os dispositivos informáticos passaram a apresentar abria cada vez mais novas perspectivas de aplicação e o desenvolvimento da capacidade de processamento de informação de carácter gráfico, quer em si mesma quer como complemento do processamento de informação alfanumérica, não se fez esperar.

Da associação das potencialidades que a Informática passava assim a oferecer e da ancestral linguagem de comunicação que é a Representação Gráfica, também uma reconversão dos modos de representação gráfica, era inevitável.

2.1.2. *Algoritmos para representação em 2D de figuras geométricas igualmente existentes em 2D*

O estabelecimento de algoritmos que escritos em linguagem adequada (linguagem capaz de ser “entendida” e processada por um Sistema informático) permitindo a representação em 2D de formas, igualmente em 2D e de formas em 3D, e a sua manipulação, constitui, como se referiu, o objecto da Computação Gráfica, ciência de carácter multidisciplinar envolvendo o âmbito da Geometria, da Matemática e das Ciências de Computação.

O âmbito de aplicação que se insere em todos os domínios da utilização da Representação Gráfica e da Geometria caracteriza-se em relação aos modos tradicionais, nos seguintes três aspectos bem diferenciados:

- A possibilidade de apresentação excepcionalmente rigorosa de elementos gráficos, constituindo produtos finais em termos de peças desenhadas.
- A simulação de diferentes soluções a nível da concepção de formas, dada a possibilidade de visualização por diferentes pontos de vista sem a morosidade a que a aplicação dos respectivos métodos de representação por processos tradicionais obriga.
- Efeitos inerentes ao movimento, quer das formas em si mesmas Quer ao nível da sua relação dinâmica com outras formas igualmente representadas, já existentes ou em fase de concepção:

Constitui-se assim, e mais uma vez, um modo de simulação dinâmica de diferentes situações (reais ou não!) cujas possibilidades não só ao nível da Engenharia e da Arquitectura mas também no Cinema, na Publicidade etc, são para já ilimitadas.

São vários os algoritmos possíveis de identificação de figuras geométricas e a Geometria Analítica estabelece expressões matemáticas que quantificam elementos e relações entre elementos geométricos, que o tratamento informático permite, de um modo rápido, descrever por representação gráfica. Em termos numéricos, a formulação dos algoritmos de representação de figuras geométricas revela-se mais sistemática, por recurso a tratamento matricial das expressões da Geometria Analítica.

Com efeito uma representação de figuras geométricas planas pode constituir-se a partir de uma Matriz de Coordenadas de vértices, uma vez definido um referencial cartesiano. No entanto e dado que a mais de uma figura pode corresponder uma mesma matriz de coordenadas, bastando para tal, haver diferentes modos de ligação dos vértices, o estabelecimento de uma Matriz de Topologia que defina o modo de ligação dos vértices complementa a matriz de coordenadas no sentido de tornar inequívoca a correspondência: figura geométrica — matrizes de coordenadas e de topologia; e por conseguinte, a sua representação. Na **Fig. 10**, apresenta-se um polígono para o qual as matrizes de coordenadas C e de topologia TOP seriam respectivamente:

$$\underline{C} = \begin{vmatrix} 4.00 & 1.20 \\ 5.38 & 3.10 \\ 4.00 & 5.00 \\ 1.76 & 4.27 \\ 1.76 & 1.92 \end{vmatrix} \quad \text{e} \quad \underline{TOP} = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \\ 3 & 4 \\ 4 & 5 \\ 5 & 1 \end{vmatrix}$$

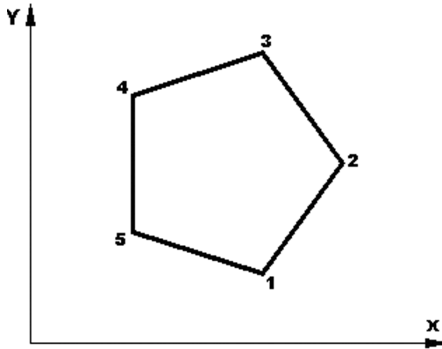


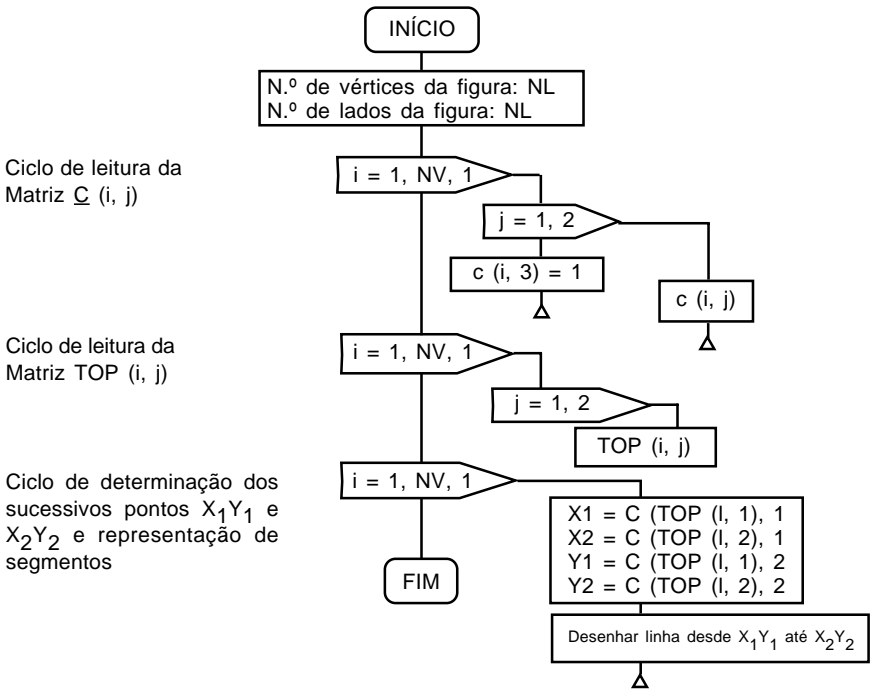
Fig. 10 - Polígono referenciado para identificação matricial.

Em termos de algoritmos de representação ter-se-ia de representar segmentos de recta unindo os vértices 1 e 2, 2 e 3, 3 e 4, 4 e 5 e 5 e 1 de acordo com a matriz de topologia, sendo as coordenadas de cada um, as explicitadas na respectiva matriz C.

De um modo genérico e para polígonos com qualquer número de vértices, ter-se-á:

$$\underline{C} = \begin{vmatrix} x & y \\ x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \\ \cdot & \cdot \\ x_n & y_n \end{vmatrix} \quad \text{e} \quad \underline{TOP} = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \\ \cdot & \cdot \\ n-1 & n \\ n & 1 \end{vmatrix}$$

No caso de uma linha poligonal aberta, em principio, a última linha da matriz de topologia não deve existir. Em termos de fluxograma um algoritmo possível para a representação de uma figura geométrica em 2D (polígono) seria o seguinte:



2.1.3. Algoritmo para Manipulação de Figuras Geométricas

Tendo em conta o tratamento matricial já referido, a possibilidade de manipular figuras geométricas é simples a partir dos conceitos de transformações geométricas estabelecidas pela Álgebra e pela Geometria Analítica.

Trata-se tão simplesmente de estabelecer os coeficientes que integram as expressões matemáticas de transformação geométrica, sob forma matricial, constituindo matrizes de transformação, do tipo:

$$\underline{T} = \begin{vmatrix} t_{11} & t_{12} \\ t_{21} & t_{22} \end{vmatrix}$$

A matriz de transformação uma vez multiplicada pela matriz de coordenadas permite obter uma nova matriz — a matriz de coordenadas transformadas tal que:

$$\underline{C} \times \underline{T} = \underline{C'}$$

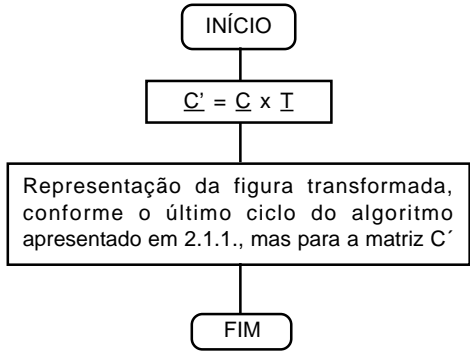
$$\begin{bmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \\ \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot \\ x_n & y_n \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} t_{11} & t_{12} \\ t_{21} & t_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x'_1 & y'_1 \\ x'_2 & y'_2 \\ \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot \\ x'_n & y'_n \end{bmatrix}$$

isto é

$$\begin{aligned} x'_1 &= x_1 t_{11} + y_1 t_{21} \\ y'_1 &= x_1 t_{12} + y_1 t_{22} \\ x'_2 &= x_n t_{11} + y_1 t_{21} \\ y'_1 &= x_1 t_{12} + y_1 t_{22} \\ &\cdot \\ &\cdot \\ &\cdot \\ x'_n &= x_n t_{11} + y_n t_{21} \\ y'_n &= x_n t_{12} + y_n t_{22} \end{aligned}$$

sendo $\underline{C'}$ a matriz cujos coeficientes são as novas coordenadas dos vértices da figura após a transformação considerada, procedendo-se de novo à representação da figura de acordo com o algoritmo apresentado em 2.1.1.

Nestes termos uma sequência de procedimentos possível de transformação de figuras planas, e sua representação, uma vez já “lidas” as matrizes \underline{C} e \underline{TOP} será do tipo que se apresenta:



2.1.4. *Transformações Geométricas Elementares*

As matrizes de transformação que para figuras planas assumem a forma apresentada referem-se aos vários tipos de transformações geométricas possíveis. As transformações geométricas correspondem a transformações elementares ou a transformações geométricas combinadas, isto é, resultante de produtos matriciais das matrizes elementares, constituindo outras transformações geométricas.

Repare-se desde já que dada a não comutatividade do produto matricial, a combinação de duas matrizes elementares (também designada por alguns autores ‘concatenação’), conduz sempre a dois tipos de transformação diferentes, conforme uma das matrizes se apresente como matriz-multiplicando ou matriz-multiplicador.

As transformações elementares a considerar são as seguintes:

— ***Variação de Escala:***

A matriz de transformação correspondente à variação de escala permite ampliar ou reduzir as dimensões da figura geométrica, com ou sem deformações, conforme sejam respectivamente diferentes ou iguais os coeficientes t_{11} e t_{22} , da matriz cuja configuração é a seguinte:

$$\underline{T}_{\text{VarEsc}} = \begin{vmatrix} t_{11} & 0 \\ 0 & t_{22} \end{vmatrix}$$

Os coeficientes afectam as coordenadas da figura (estabelecidas na matriz de coordenadas) do valor t_{11} e/ou t_{22} desejados. A variação de escala será obtida a partir de um ponto-base (fixo) previamente estabelecido, que em termos de transformação, é obviamente a origem do referencial por serem referidos à origem os valores das coordenadas da figura.

— **Reflexão:**

A matriz de reflexão permite efectuar uma reflexão (imagem de espelho) de uma figura em relação a um eixo do referencial.

A reflexão segundo xx ou yy é estabelecida respectivamente por

$$\underline{T}_{\text{Ref. } xx} = \begin{vmatrix} -1 & 0 \\ 0 & +1 \end{vmatrix} \qquad \underline{T}_{\text{Ref. } yy} = \begin{vmatrix} +1 & 0 \\ 0 & -1 \end{vmatrix}$$

isto é, trata-se de afectar as coordenadas segundo x e y respectivamente, do um valor simétrico.

A reflexão em relação a ambos os eixos do referencial simultaneamente, é equivalente à reflexão segundo a origem do referencial considerado e a matriz de reflexão neste caso será:

$$\underline{T}_{\text{Ref. } 00} = \begin{vmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{vmatrix}$$

— **Rotação:**

A matriz de rotação permite estabelecer uma rotação da figura de um ângulo θ em torno da origem do referencial e é definida pela matriz conhecida por matriz de Lamé:

$$\underline{T}_{\text{Rot } \theta} = \begin{vmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{vmatrix}$$

No caso de rotações de 90° , 180° ou 270° ter-se-à respectivamente:

$$\underline{T}_{\text{Ref. } 00} = \begin{vmatrix} -1 & 0 \\ -1 & 0 \end{vmatrix} \qquad \underline{T}_{\text{Ref. } 00} = \begin{vmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{vmatrix} \qquad \underline{T}_{\text{Ref. } 00} = \begin{vmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{vmatrix}$$

— **Translação:**

À translação corresponde um deslocamento da figura segundo uma ou ambas as direcções dos eixos do referencial considerado. A matriz de translação deverá pois ser tal que ao multiplicar a matriz de coordenadas, estabeleça uma nova matriz de coordenadas correspondentes à adição algébrica a cada coordenada inicial, do valor pretendido para a translação. Esta matriz deverá ser do tipo:

$$\underline{T}_{\text{Transl.}} = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ \cdot & \cdot \\ t_{xx} & t_{yy} \end{vmatrix}$$

que no entanto se revela incompatível do ponto de vista de produto matricial quer com a matriz de coordenadas (número de colunas diferente do numero de linhas da matriz de translação), quer com as outras matrizes de transformação no caso de se pretender uma transformação combinada ⁽³⁾.

2.1.5. **Matriz de Transformação Geral**

A compatibilidade de produtos matriciais que a matriz de translação apresentada em 2.1.3., à partida, contraria é assegurada mediante duas considerações:

— A matriz de coordenadas correspondente à figura em questão ser tratada em coordenadas homogéneas (coluna adicional unitária), isto é:

$$\underline{C} = \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ \cdot & \cdot & 1 \\ \cdot & \cdot & 1 \\ x_n & y_n & 1 \end{vmatrix}$$

— As matrizes de transformação serem sobrepostas a uma matriz-identidade (elemento neutro do produto matricial) de dimensão 3 x 3. Assim:

$$\underline{T} = \begin{bmatrix} t_{11} & t_{12} \\ t_{21} & t_{22} \end{bmatrix}, \quad \underline{I} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} t_{11} & t_{12} & 0 \\ t_{21} & t_{22} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

³ Existe uma outra transformação geométrica elementar conhecida como *shearing*. A sua consideração implica um estudo mais detalhado no domínio da Computação Gráfica que sai fora deste âmbito pelo que não será aqui considerada.

Assim a matriz de transformação a duas dimensões, contemplando a transformação geométrica referente à translação, passa a assumir a seguinte forma geral:

$$\underline{T} = \begin{vmatrix} t_{11} & t_{12} & 0 \\ t_{21} & t_{22} & 0 \\ t_{xx} & t_{yy} & 1 \end{vmatrix}$$

cujos coeficientes têm o significado já descrito.

Deste modo no algoritmo de transformações geométricas de figuras em 2D apresentado em 2.1.2. os produtos matriciais de acordo com a expressão:

$$\underline{C} \times \underline{T} = \underline{C'}$$

deverão afigurar-se do seguinte modo:

$$\begin{bmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet \\ x_n & y_n & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} t_{11} & t_{12} & 0 \\ t_{21} & t_{22} & 0 \\ t_{xx} & t_{yy} & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x'_1 & y'_1 & 1 \\ x'_2 & y'_2 & 1 \\ \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet \\ x'_n & y'_n & 1 \end{bmatrix}$$

isto é dimensionalmente,

$$(n \times 3) \times (3 \times 3) = (n \times 3)$$

em que se tem:

$$\begin{aligned} x'_1 &= x_1 t_{11} + y_1 t_{21} + t_{xx} \\ y'_1 &= x_1 t_{12} + y_1 t_{22} + t_{yy} \\ x'_2 &= x_2 t_{11} + y_2 t_{21} + t_{xx} \\ y'_2 &= x_2 t_{12} + y_2 t_{22} + t_{yy} \\ &\dots \dots \dots \\ x'_n &= x_n t_{11} + y_n t_{21} + t_{xx} \\ y'_n &= x_n t_{12} + y_n t_{22} + t_{yy} \end{aligned}$$

podendo alguns coeficientes t ser ou não nulos.

Se por sua vez t_{xx} e t_{yy} , forem nulos, não há qualquer translação.

Na **Fig. 11** apresentam-se exemplos de aplicação de transformações elementares ao polígono da **Fig. 10** as várias matrizes de coordenadas transformadas foram obtidas a partir das matrizes de transformação apresentadas e de acordo com o procedimento descrito.

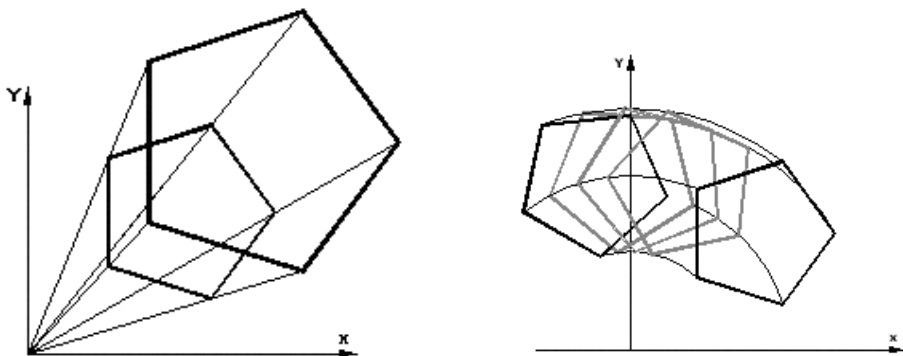


Fig. 11 - a) Variação de escala segundo x e y de 2.0 unidades (a partir da origem)
 b) Rotação de 60° em torno da origem)

Sugere-se ao leitor que efectue os produtos matriciais:

$$\underline{C} \quad x \quad \underline{T}$$

sendo \underline{C} a matriz de coordenadas já apresentada para o polígono em questão e \underline{T} a matriz de transformação considerada em cada um dos casos e para os valores indicados, verificando a conformidade dos valores da matriz de coordenadas transformadas assim obtida e das coordenadas dos vértices das figuras transformadas obtidas graficamente, medidas directamente e no referencial adoptado.

2.1.6. *Transformações Geométricas não Elementares*

A configuração de novas transformações geométricas pode obter-se estabelecendo uma matriz de transformação por combinação (concatenação) de algumas matrizes de transformação elementares através do produto dessas matrizes. Assim por exemplo para se efectuar numa dada figura geométrica uma transformação envolvendo uma rotação de um ângulo de 60° seguida de uma variação de escala de 2.0 igualmente segundo xx e segundo yy (ampliação para o dobro), recorrer-se-ia às matrizes de Rotação e de Variação de Escala na sequência pretendida e na forma geral descrita em 2.1.3. isto é:

$$\underline{T} = \underline{T}_{\text{Rot}} \times \underline{T}_{\text{varEsc}} = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta & 0 \\ -\sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

donde:

$$\underline{T} = \begin{bmatrix} 2 \cos \theta & 2 \sin \theta & 0 \\ -2 \sin \theta & 2 \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

que para o ângulo $\theta = 60^\circ$ pretendido conduz a

$$\underline{T} = \begin{bmatrix} 1.00 & 1.73 & 0 \\ -1.73 & 1.00 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Exemplificando por aplicação ao polígono da **Fig. 10**, cuja matriz de coordenadas foi já aí apresentada, e utilizando coordenadas homogéneas ter-se-á a nova matriz de coordenadas:

$$\underline{C}' = \begin{bmatrix} 4.00 & 1.20 & 1 \\ 5.38 & 3.10 & 1 \\ 4.00 & 5.00 & 1 \\ 1.76 & 4.26 & 1 \\ 1.76 & 1.92 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1.00 & 1.73 & 0 \\ -1.73 & 1.00 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.92 & 8.12 & 1 \\ 0.02 & 12.41 & 1 \\ -4.65 & 11.92 & 1 \\ -5.63 & 7.31 & 1 \\ -1.56 & 4.96 & 1 \end{bmatrix}$$

à qual corresponde o polígono de maior área, da **Fig. 12**.

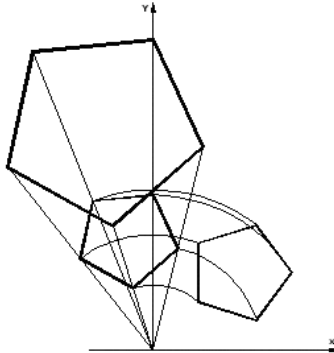


Fig. 12 - Transformação geométrica não elementar: Rotação seguida de variação de escala.

2.1.7. *Casos particulares de Transformações Geométricas não elementares*

No âmbito das transformações geométricas não elementares assume especial intersecção o estabelecimento de algumas matrizes de transforma, cujo carácter genérico lhes confere uma utilização frequente.

Trata-se do estabelecimento de matrizes referentes a manipulações de figuras geométricas, do tipo descrito em 3., mas sem as restrições aí apresentadas, relativamente á identificação do ponto-base com a origem do referencial ou de um eixo de reflexão com um eixo do referencial.

Pretende-se obter matrizes referentes à variação de escala, a partir de um ponto base qualquer, rotação em torno de um ponto qualquer e não em torno da origem e reflexão segundo um eixo qualquer e não segundo um dos eixos do referencial.

O procedimento (algoritmo) para o estabelecimento destas matrizes uma vez conhecida a matriz da respectiva transformação relativa ao referencial considerado, consiste em uma das seguintes situações.

— Considerar um novo referencial, de origem coincidente como ponto base escolhido e estabelecer uma nova matriz de coordenadas segundo o novo referencial (a figura permanece obviamente, invariável);

ou de um modo equivalente,

— Efectuar uma translação da figura por forma a que o ponto base fique coincidente com a origem do referencial, efectuar a transformação elementar pretendida (cuja referência continuando a ser à origem do referencial implica referência ao ponto base pretendido, por serem agora coincidentes) e efectuar nova translação da figura, simétrica da inicial por forma a restabelecer a relação figura-referencial, inicial.

Esta hipótese de procedimento é formalmente mais cómoda que a primeira (embora equivalente), pois não há propriamente uma modificação do referencial e portanto da matriz de coordenadas da figura, bastando que a transformação pretendida passe a integrar translações entre o ponto base e a origem do referencial.

Na **Fig. 13** exemplifica-se este procedimento para o caso da rotação em torno de um ponto base qualquer tendo neste caso sido escolhido o vértice B do triângulo.

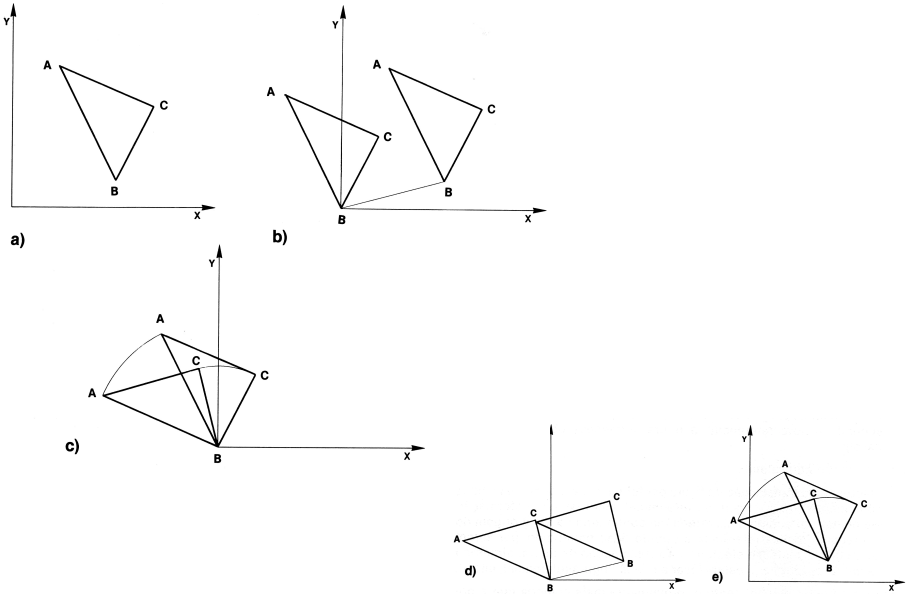


Fig. 13 - Sequência de procedimentos para estabelecimento de um algoritmo de rotação de uma figura plana qualquer (neste caso o triângulo ABC) em torno de um ponto qualquer pertencente ou não à figura (Neste caso o ponto B da figura).

Em termos de tratamento matricial a matriz de transformação geral (não elementar) para a rotação, deverá ser:

$$\underline{T} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -x_B & -x_B & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta & 0 \\ -\sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ x_B & y_B & 1 \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta & 0 \\ -\sin \theta & \cos \theta & 0 \\ -x_B \cos \theta + y_B \sin \theta + x_B & -x_B \sin \theta - y_B \cos \theta + y_B & 1 \end{bmatrix}$$

Generalizando esta sequência de procedimentos para um ponto base qualquer tomado como referência para a transformação a efectuar, ter-se-á:

Rotação em torno de um ponto qualquer

$$\underline{T}_{\text{Rot}} = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta & 0 \\ -\sin \theta & \cos \theta & 0 \\ -T_x \cos \theta + T_y \sin \theta + T_x & -T_x \sin \theta - T_y \cos \theta + T_y & 1 \end{bmatrix}$$

sendo T_x e T_y as componentes segundo x e y do vector correspondente ao ponto base considerado.

Variação de escala a partir de um ponto qualquer

$$\underline{T}_{\text{varEsc}} = \begin{bmatrix} t_{11} & 0 & 0 \\ 0 & t_{22} & 0 \\ -T_x t_{11} + T_x & -T_y t_{22} + T_y & 1 \end{bmatrix},$$

sendo T_x e T_y os coeficientes com o significado descrito em 5.4.4.1. e t_{11} e t_{22} os factores de variação de escala segundo x e segundo y respectivamente.

Reflexão segundo uma recta qualquer

Os procedimentos descritos de um modo geral, não se limitam ao produto da matriz de transformação elementar com matrizes de transacção. A reflexão segundo uma recta qualquer comprova-o.

De facto se se considerar uma recta qualquer que a Geometria Analítica identifica pela expressão:

$$y = m x + b$$

sendo m o declive e b o valor da ordenada na origem (valor da coordenada quando a coordenada x de um ponto da recta é 0), a matriz de transformação elementar só é aplicável se o sistema constituído pela recta e pela figura a “reflectir” for tal que a recta coincida com algum dos eixos do referencial. Assim, é de considerar uma translação $t_{yy} = -b$, isto é, uma translação de todo o sistema por forma a que a recta dada passe pela origem do referencial. Obviamente que se à partida a recta passa pela origem do referencial, ter-se-á em particular $t_{yy} = -b = 0$.

Em seguida uma rotação de um ângulo θ tal que:

$$\theta = \text{atn } m$$

fará coincidir a recta dada com o eixo das abcissas ao mesmo tempo que a figura dada roda mantendo obviamente a relação inicial com a recta dada. Eventualmente poder-se-á proceder a uma rotação de um ângulo θ tal que

$$\theta = 90^\circ - (\text{atn } m)$$

fazendo a recta dada coincidir com o eixo das ordenadas.

Conforme o valor do ângulo θ considerado proceder-se-á em seguida à reflexão respectivamente segundo o eixo dos xx ou dos yy .

Uma vez efectuada a reflexão nos, termos descritos, o percurso” inverso rotação de um ângulo $-\theta$ seguida da translação $t_{yy} = b$, deverá repor a situação correspondente a uma reflexão da figura a partir da sua posição inicial segundo a recta dada, como se pretendia.

A matriz de transformação geral, de reflexão segundo uma recta qualquer deve pois resultar do seguinte produto matricial:

$$\underline{T} = \underline{T}_{\text{Transl}(b)} \times \underline{T}_{\text{Rot}(\text{atn } m)} \times \underline{T}_{\text{Ref}_{xx}} \times \underline{T}_{\text{Rot}(-\text{atn } m)} \times \underline{T}_{\text{Transl}(b)}$$

isto é:

$$\underline{T} = \begin{bmatrix} -1 & 2 \sin \theta \cos \theta & 0 \\ 2 \sin \theta \cos \theta & \sin^2 \theta - \cos^2 \theta & 0 \\ 2 b \sin \theta \cos \theta & b (\cos^2 \theta - \sin^2 \theta) + b & 1 \end{bmatrix}$$

Poder-se-ia ainda considerar o estabelecimento da matriz de transformação para reflexão segundo um ponto qualquer. O procedimento seria semelhante mas com recurso à matriz elementar de reflexão segundo a origem do referencial, deixando-se à consideração do leitor a sua obtenção.

2.1.8. *Algoritmos complementares das Transformações Geométricas. Escalonamento Automático.*

A implementação em sistemas informáticos, da possibilidade de representação e manipulação de figuras geométricas em duas dimensões requer um Programa que pressupõe como se referiu a escrita de algoritmos do tipo apresentado em 103 e 104 numa linguagem de programação adequada. Com efeito, quer a partir da base de dados referente à figura a representar, quer após o desencadeamento de algoritmos de transformação seguido da representação da nova figura assim obtida, é provável que na representação

os limites da figura excedam os limites da porção de plano de projecção, considerada para o efeito.

Por outras palavras, as coordenadas da figura inicial ou as novas coordenadas da figura transformada podem exceder os valores das coordenadas máximas ou mínimas inerentes à dimensão física do dispositivo de suporte de representação — papel, caso da impressora ou plotter e/ou écran”, caso do monitor.

Para evitar a paragem do programa, por impossibilidade de execução de uma instrução em que a representação de algum elemento do desenho devesse sair fora” dos limites da porção do plano de projecção considerado nos termos descritos, é fundamental que o programa contemple essa situação. Dos vários algoritmos que para este efeito devem complementar o programa, destaca-se aqui o algoritmo para estabelecimento automático de uma escala de representação que garanta a necessária redução dos elementos geométricos em questão — o algoritmo de escalonamento automático.

Trata-se com efeito de conhecer as dimensões máximas do espaço” de representação e que à partida se identificam com a resolução do écran (e da placa gráfica que lhe está associada).

Definir-se-ão por:

$\Delta_x = x_M - x_m$, diferença entre as coordenadas máxima e mínima do écran segundo xx.

$\Delta_y = y_M - y_m$, idem segundo yy.

podendo corresponder ao número de pontos do écran (Por ex.: A — 640 e = 400) a valores numéricos segundo x e y múltiplos ou submúltiplos destes.

Por outro lado há que procederá determinação das dimensões L ocupadas pela figura a representar, a partir das suas coordenadas máxima (M) e mínima (m), isto #:

$L_x = x_M - x_m$ comprimento máximo da figura segundo XX.

$L_y = y_M - y_m$ comprimento máximo da figura segundo YY.

De notar que este procedimento implica a inclusão de um algoritmo (que no Programa pode constituir uma Rotina) de determinação de valores máximos e mínimos de entre uma lista ou tabela de valores, neste caso as colunas da matriz de coordenadas iniciais e/ou transformadas respectivamente segundo

XX e YY, e que pode ser encontrado em qualquer Livro de Introdução á Programação.

Posto isto e pressupondo que se terá $L > \Delta$, podem estabelecer-se factores de escala segundo XX e YX a partir da relação “comprimento disponível para representação/comprimento máximo da figura a representar, isto é, respectivamente:

$$f_{xx} = \frac{L_x}{\Delta_x} \quad \text{e} \quad f_{yy} = \frac{L_y}{\Delta_y}$$

O maior destes factores designado f permite estabelecer o factor de escala:

$$\lambda = \frac{1}{f}$$

É este factor que deve afectar os coeficientes das matrizes de coordenadas iniciais e/ou transformadas garantindo a sua representação no suporte físico disponível, ou previamente estabelecido pelos valores Δ_x e Δ_y como acontece no caso de se pretender utilizar apenas uma parte do “espaço” desse suporte físico de representação.

2.2. Os Sistemas CAD

A utilização de sistemas de Projecto Assistido por Computador – CAD (Computer Aided Design), como auxílio à concepção e projecto no âmbito da Engenharia - Civil, Mecânica, Têxtil, da Arquitectura e do Design, ao nível do desenvolvimento Industrial, da Educação e da Investigação, tornou-se definitivamente irreversível. São uma aplicação prática e directa do desenvolvimento da Computação Gráfica a que nenhuma forma de abordagem da Geometria e das estruturas de representação poderá ficar alheia.

De um modo sucinto, um sistema CAD consiste numa aplicação informática que apresenta um conjunto de comandos específicos para operações de desenho (traçado de linhas, círculos, quadriláteros) referentes à configuração de um dado objecto, a que poderá corresponder a construção do respectivo modelo geométrico. Dispõe ainda de comandos para a sua manipulação (ampliação, deformação, mudanças de escala, cópias, translações, etc.), permitindo

interactivamente a visualização de imagens do objecto ou conjunto de objectos, Estes comandos dispostos segundo um interface directo e amigável com o utilizador, permitem desencadear os programas informáticos que integram o sistema CAD, correspondentes a cada algoritmo ou algoritmos do Âmbito da computação gráfica, do tipo descrito em 2.1.2. a 2.1.6. para a geração e manipulação de imagens em 2D de objectos que possam ser considerados como existentes em 2D – figuras planas tendo associado um referencial x-y. O grande interesse dos sistemas CAD é, no entanto, a geração de imagens, necessariamente em 2D, segundo diferentes pontos de vista, a partir da constituição e manipulação de modelos geométricos que identificam a configuração de objectos existentes (ou a existir) em 3D, e com graus de realismo na conformidade da informação inerente ao modelo geométrico e às funcionalidades do sistema CAD utilizado (**Fig. 14**).

Os algoritmos do âmbito da computação gráfica para este efeito, serão apresentados no próximo e último artigo sob este tema. Ver-se-á, quanto a formulação para a geração de imagens de objectos em 3D – projecções planas de perspectivas – resulta da conjugação dos procedimentos apresentados no artigo anterior, surgidos e desenvolvidos a partir do Renascimento, e a formulação algorítmica do tipo aqui descrita para objectos em 2D.

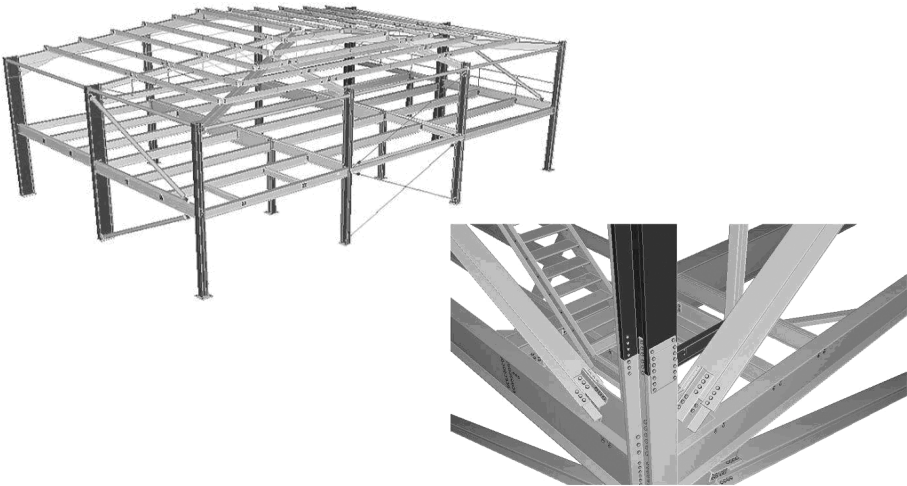


Fig. 14 - Visualização de imagens de um objecto geradas a partir do seu modelo geométrico criado em sistema CAD.

BIBLIOGRAFIA

- Arnheim, R.**, “A dinâmica da Forma Arquitectónica”, Ed. Presença, 1977.
- Chen, J.**, “Guide to Computer Graphics Tools”, Springer, 2002.
- Ching, F.**, *Architecture: Form, Space and Order*, John Wiley & Sons, Inc, 1996.
- E. Angel**, “Interactive Computer Graphics: A Top-Down Approach with OpenGL”, Addison-Wesley, 1999.
- F.S.Hill Jr.**, “Computer Graphics Using OpenGL”, Prentice-Hall, 2001.
- Massironi, M.**, “Ver pelo Desenho”, Edições 70, 1983.
- P. Schreiber**, “A New Hypothesis on Durer’s Enigmatic Polyhedron in His Copper Engraving ‘Melencholia I’,” *Historia Mathematica*, 26, pp. 369-377, 1999.
- P.C. Gasson**, “Geometry of Spatial Forms, Analysis, Synthesis, Concept Formulation and Space Visison for CAD”, Ellis Horwood, 1983.
- Pirene, M.H.**, “Vision and Eye”, Chapman & Hall, London, 1971.
- Ribeiro, C. T. e Pereira, V. F.**, “Conceber e representar com AutoCAD – O AutoCAD como uma aventura sem fim”, Ed. McGraw-Hill, 1996.
- Ribeiro, C. T.**, *Geometria Projectiva - Conceitos, Metodologias, Aplicações*, Ed. Europress, 1992.
- S. Harrington**, “Computer Graphics, A Programming Approach”, McGraw-Hill, 1985.
- Silva, A.; Ribeiro, C.T., Dias, J., Sousa, L.**, “Desenho Técnico Moderno”, Ed. Lidel, 2004.