TEORIA DOS JOGOS: CONCEITOS, SÍNTESE HISTÓRICA E APLICAÇÕES

Fernando José Vicente Freire (*)
Coronel de Infantaria

António Alves Flambó (**)
TCor de Artilharia

ABSTRACT

Games' theory is used in situations where the process involves intera-ctions between people, which show rational and non-altruistic behaviors. Each decision maker can choose amongst different options their own space of alternatives, where the results depend on the choices of all players, but the choice of each player is made without knowing the options of the other players. In this article it is defined what the games' theory is and the purpose in human relations or even between states. It is a brief approach to zero-sum games and non-zero sum, explaining the differences between them and the benefits from its use. This subject does not, intend to, be a mere mathematical treatment to facilitate the understanding of interactions between people, on the contrary its use has shown to be adequate and extended to various areas of knowledge. Apparently this theory can "support" decisions that are taken by each person in different circumstances.

Keywords: games' theory, zero-sum games, not zero-sum games, cooperative games and non-cooperative games.

(*) Chefe do departamento de Ciências Exactas e Naturais. Professor Regente das unidades curriculares de Investigação Operacional, Gestão e Teoria da Decisão e Informação Incerteza e Risco na Academia Militar.

(**) Professor das unidades curriculares de Investigação Operacional e Gestão e Teoria da Decisão na Academia Militar.

RESUMO

A teoria dos jogos aplica-se a situações em que o processo decisório envolve interacções entre pessoas, que evidenciam comportamentos racionais e não altruístas. Cada decisor pode escolher entre diferentes opções, o seu espaço de alternativas, em que os resultados dependem das opções de todos os jogadores, mas em que a escolha de cada jogador é feita sem conhecimento das opções dos restantes jogadores. Neste artigo, define-se o que é a teoria dos jogos e qual a sua finalidade em relações humanas ou mesmo entre Estados. Faz-se uma sintética abordagem aos jogos de soma nula e de soma não nula, esclarecendo as diferenças que existem entre eles e a vantagem da sua utilização. Esta temática não pretende, unicamente, ser um tratamento matemático para facilitar a compreensão das interacções entre as pessoas, antes a sua utilização tem mostrado ser extensível a diversas áreas do saber. Aparentemente permite "suportar" a decisão que é tomada por cada pessoa, em diferentes circunstâncias.

Palavras-chave: teoria dos jogos, jogos de soma nula, jogos de soma não nula, jogos cooperativos e jogos não cooperativos.

INTRODUÇÃO

Com este artigo pretende-se, apenas, fazer uma breve abordagem à teoria dos jogos. Difundir conhecimento acerca do que é a teoria dos jogos. Qual a finalidade desta teoria. Assim como especificar o que se entende por jogos de soma nula e de soma não nula.

De modo a poder sintetizar a descrição desta temática, foi feita uma pesquisa bibliográfica sumária na internet e foram utilizados alguns dos principais livros de referência com vista a assegurar que os principais itens ficam identificados.

A teoria dos jogos surge como um método que permite formalizar os processos de tomada de decisão aos agentes decisores, por exemplo num quadro em que por cada par de opções (se jogos a duas pessoas) se identifica o resultado obtido por ambos os jogadores. De certo modo, ajuda a entender, teoricamente, o processo de decisão das pessoas, ou Estados (se forem esses os agentes de decisão), quando interagem. Procura-se ainda mostrar a importância que tem quando adoptado nas relações conflituosas. Permite a matematização das relações entre agentes e aplica-se a várias áreas do saber.

"A teoria dos jogos ajuda a desenvolver a capacidade de raciocinar estrategicamente, explorando as possibilidades de interacção racional dos agentes, possibilidades estas que nem sempre correspondem à intuição" (Fiani, 2004).

Na introdução apresentam-se os motivos para a realização deste artigo. Depois faz-se uma caracterização da teoria dos jogos. Definindo o que é um jogo. Evidencia-se a aplicação desta teoria a várias áreas do saber, mormente as relações internacionais. No ponto dois apresentam-se os marcos históricos que levaram ao desenvolvimento desta teoria, no ponto três normaliza-se a terminologia utilizada, de modo a garantir uma terminologia clara e simples para o leitor, segue-se a apresentação dos jogos de soma nula. Mostra-se o seu campo de aplicação através de um exemplo. No ponto cinco faz-se a abordagem aos jogos de soma não nula, tomando como referencia o exemplo conhecido como dilema dos prisioneiros. Na abordagem faz-se a análise dos jogos cooperativos e não cooperativos. A finalizar apresentam-se as considerações mais relevantes.

1. Caracterização da teoria dos Jogos

Entende-se por jogo, qualquer situação em que existam duas ou mais entidades, em que cada pode tomar opções diferentes onde as acções de uma interferem com o resultado da outra, na medida em que os resultados produzidos em cada jogada dependem das opções de todas as jogadas. É do senso comum, que a vida está cheia de conflitos. Muitos deles envolvem adversários em conflito, em situações diversas, tais como salões de jogos, campanhas militares, campanhas políticas, campanhas de marketing com empresas de negócios em competição e as bem conhecidas competições entre desportistas (Hillier e Lieberman, 1995). Uma das características básicas das situações conflituosas é com efeito o seu resultado final, que depende, essencialmente, da combinação de estratégias seleccionadas pelos adversários. A teoria dos jogos pode ser definida como a teoria matemática que estuda a escolha da melhor resposta para situações de conflito (Hillier e Lieberman, 1995). O seu estudo tem por base analisar situações de conflito e maximizar o seu ganho.

Genericamente os jogos podem ser classificados através dos parâmetros seguintes, quanto (Lisboa, 2004):

- ao tipo de saída - determinada, probabilística e indeterminada;
- ao número de jogadores - um jogador, dois jogadores e mais de dois jogadores;
- à natureza dos pagamentos - soma nula e de soma não nula;
- à natureza da informação - informação perfeita e informação imperfeita.

A teoria dos jogos tem sido utilizada ao longo dos anos em várias áreas do saber. A título de exemplo, salienta-se a sua utilização no âmbito das relações internacionais.

Por exemplo no sistema político, tomar uma decisão implica analisar as escolhas possíveis para um actor, quando não se conhecem as opções de outro. Torna-se numa estratégia em que o Estado é considerado o principal actor na tomada de decisão, quer no âmbito interno ou na política externa. Um acontecimento que mostra a importância da teoria dos jogos, no âmbito das relações internacionais, foi a crise dos mísseis cubanos, em Outubro de 1962, que deu origem ao dilema da segurança (Marinho, 2008). Procurava explicar que a decisão de um Estado é feita em função da suposta decisão de outro Estado. De facto, quando um Estado tem necessidade de aumentar a sua segurança vai investir em armamento, face a isto, os outros Estados, como não sabem as intenções daquela decisão, tomam a opção que melhor se ajusta à decisão do adversário, que pode simplesmente passar por garantir a sua segurança através do armamento.

Outra situação de aplicação da teoria dos jogos na ciência política é a que permite definir estratégias de voto nos comités e nas eleições, na formação ou ruptura de coligações parlamentares e na distribuição de poder, através do voto ponderado dos diversos órgãos (Brams, 2005).

2. Abordagem histórica

Em 1928, Von Neumann publicou um artigo que estabeleceu o ponto de partida para uma teoria científica especializada em conflitos humanos (Zugman, 2005).

Os primeiros investigadores que definiram e introduziram o conceito de jogos a n-jogadores foram John von Neumann e Oskar Morgenstern (Matos e Ferreira, 2004). Todo o trabalho que se desenvolveu posteriormente ficou bastante influenciado por estes investigadores. Deixaram a sua marca através da obra que escreveram. Assim, o livro "The Theory of Games and Economic Behaviour", de 1944, enfatiza uma nova aproximação para os problemas gerais do comportamento competitivo e tornou-se um clássico nesta matéria (Dresher, 1961).

Em 1950, John Nash desenvolveu uma definição de uma estratégia óptima para jogos com vários jogadores, onde nenhuma solução óptima ainda tinha sido definida, ou seja não coincide com as estratégias cautelosas. Esta definição ficou conhecida como o equilíbrio de Nash. Este equilíbrio é que permite a aplicação da teoria dos jogos a jogos cooperativos e a não cooperativos.

3. Terminologia utilizada nos jogos

Sistematizando a terminologia associada aos conceitos, apresenta-se aqueles que julgamos mais relevantes. Assim:

- Jogador - qualquer agente que toma decisões num jogo (Turocy e Stengel, 2001);
- Matriz de pagamento (Payoffs) - são as recompensas para cada jogador, resultantes das escolhas estratégicas possíveis;
- Racionalidade - o jogador diz-se racional quando procura maximizar o seu próprio pagamento (payoff) (Turocy e Stengel, 2001). Isto é, assume-se que é do conhecimento comum que os jogadores actuam fazendo lances racionais;

- Estratégias - são as decisões alternativas que se colocam a cada um dos jogadores. Uma estratégia, para um determinado jogador, é um plano de acções que especifica, em todos os momentos que o decisor tenha de o utilizar, a acção que deve tomar (Fiani, 2004). Qualquer opção que se toma é estratégica, obriga a ter em consideração as possíveis decisões dos outros jogadores. Identifica-se a melhor estratégia observando os resultados, os quais são influenciados pelas decisões tomadas pelo próprio com o cruzamento das do adversário;
- Estratégia dominante - uma estratégia domina outra quando permite obter, ao jogador, um melhor pagamento que a outra (Turocy e Stengel, 2001), sem que tenha qualquer pior resultado que o oponente;
- Jogos de soma nula - definem-se como sendo aqueles nos quais a soma dos "payoffs" dos jogadores é zero. Consistindo apenas na possibilidade de um jogador ganhar se o outro perder, em idêntico valor;
- Jogos de soma não nula - contrariamente ao anterior, define-se como não sendo de soma nula;
- Equilíbrio de Nash - quando nenhum dos jogadores se arrepende da sua estratégia, dadas as posições de todos os outros (Turocy e Stengel, 2001). Caracteriza-se pela escolha que os jogadores fazem, não sendo vantajoso a qualquer outro jogador escolher outra estratégia que lhe origine melhores resultados, admitindo as restantes estratégias.

4. Jogos de soma nula

Estes jogos são aqueles em que a soma dos "payoffs" dos jogadores é nula. Estes jogos podem ser considerados como jogos de conflito total, em que um jogador ganha o que os outros perdem (Brams, 2005).

Este jogo identifica-se mais com modelos do tipo negocial que se destinam a obter uma solução mais favorável para um dos jogadores. Em qualquer jogo, para cada jogador é definido o seu próprio espaço de alternativas possíveis, pelo que cada decisor pode assumir diferentes opções. Os resultados que são produzidos em cada jogada dependem, com efeito, das opções de todos os jogadores (Tavares, 1996).

A procura da melhor estratégia na teoria dos jogos pode ser aplicada a situações competitivas complicadas (Hillier e Lieberman, 1995). No entanto, aqui apenas se pretende exemplificar a sua aplicação na forma mais simples: jogos de soma nula com dois jogadores.

Um jogo diz-se na sua forma normal, quando é representado através de um conjunto de opções e dos respectivos resultados (ganhos/perdas). Considere-se o exemplo da tabela 1, em que se indica para dois jogadores as possíveis alternativas de decisão e os respectivos resultados. Para o jogador A as estratégias (a, b, c) e para o jogador B (1, 2, 3, 4).

		Jogador B			
		1	2	3	4
Jogador A	a	2	1	5	3
	b	8	3	2	5
	c	5	0	1	4

Tabela 1 - *Matriz de pagamento*

Qualquer jogador apenas está interessado em participar no jogo se receber alguma compensação. Ou seja, nenhum jogador é altruísta ao ponto de participar num jogo em que apenas tem a perder. Na tabela 1, os valores inscritos (por só dizerem respeito a um jogador) referem-se ao jogador A, o que implica que os seus simétricos dizem respeito ao jogador B. Relembra-se tratar-se de um jogo de soma nula. Aplicando a regra da dominância a estratégia "b" domina a "c", isto é a estratégia "c" nunca será jogada. Relativamente às perspectivas do jogador B a estratégia 1 e 4 são dominadas pela 2. Deste modo a tabela 1 fica reduzida às seguintes estratégias possíveis, conforme tabela 2:

		Jogador B	
		2	3
Jogador A	a	1	5
	b	3	2

Tabela 2 - *Matriz de pagamento reduzida*

Atendendo a que nenhum jogador conhece a estratégia de jogo que o outro vai utilizar, verifica-se para o jogador A que os valores que espera (por principio é cauteloso: escolhe o melhor dos piores) são (1 e 2) e para o jogador B são

(-3 e -5). O jogador A irá optar pela estratégia b e o jogador B irá também optar pela estratégia 2, por serem aquelas que lhe oferecem melhores expectativas. Assim, o resultado para a primeira jogada será (3; -3), em que para o jogador A são maximizadas as suas piores opções e para o B são minimizadas.

O jogador B, numa segunda jogada, irá alterar a sua estratégia para a 3 por verificar que irá perder menos se o jogador A mantiver a sua estratégia, o que é suposto por seguramente haver um racional que o levou àquela opção. Verifica-se que o valor esperado por cada jogador é diferente, motivo pelo qual o jogo se torna instável, entrando em ciclo. Um dos jogadores na próxima jogada tem oportunidade de melhorar os seus resultados.

Se considerarmos α o valor esperado pelo jogador A e β o valor esperado pelo B, quando $\alpha+\beta<0$ o jogo é instável. No entanto, noutros casos em que $\alpha+\beta=0$ diz-se que temos um ponto-sela e corresponde a uma solução de equilíbrio estável, para esse jogo (Tavares, 1996).

Todavia um jogo instável pode ter uma solução estável, admitindo que cada jogador irá optar por cada alternativa com uma certa probabilidade (Tavares, 1996). Trata-se de estratégias mistas, que consiste em jogar diferentes estratégias com uma percentagem associada a cada uma delas.

5. Jogos de soma não nula

Por oposição aos anteriores, são designados como sendo de soma não nula. Contrariamente ao que foi anteriormente considerado, em algumas estruturas de jogo, os resultados que os jogadores obtêm não somam zero. Esta situação é ilustrada com o chamado dilema dos prisioneiros (Ball, 1985), sendo, provavelmente, um dos jogos mais populares da teoria dos jogos.

Neste jogo, dois ladrões foram presos pela polícia, por terem sido vistos perto do local do roubo. A polícia separa os suspeitos, utilizando duas salas. Se um dos suspeitos confessar o roubo e o outro não, o que confessa apanha apenas 3 meses de cadeia, por colaborar com a polícia e o que não confessa apanha 2 anos. No caso de ambos confessarem apanha cada um 1 ano de cadeia. No entanto, se nenhum dos dois confessar serão soltos, depois de cumprirem 6 meses de detenção cada (Fiani, 2004). Os valores utilizados poderiam ser outros conforme diferentes autores espelham.

Para determinar o resultado mais provável do jogo, admitindo que os dois ladrões estão incomunicáveis, considere-se a matriz de recompensas da tabela 3 (valores da esquerda relativos ao ladrão 1 e da direita ao ladrão 2).

Ladrão 1	Ladrão 2	
	Confessa	Não confessa
Confessa	-12, -12	-3, -24
Não confessa	-24, -3	-6, -6

Fonte: Fiani, 2004

Tabela 3 - *O dilema dos prisioneiros (medida em meses)*

Observando a matriz de recompensas, verifica-se que a melhor estratégia individual que um ladrão pode adoptar é a de confessar quando o outro não confessa. Assim, verifica-se que cada um dos ladrões, se agirem racionalmente, prefere ser ele a confessar, logo tendem a confessar os dois. Esta forma de actuação acaba por originar a pena de 1 ano a cada um. Deixaram de fora outra solução melhor que corresponde a cada um cumprir uma pena de meio ano (nenhum dos dois confessar), no entanto, para a conseguirem implica que ambos pudessem estabelecer um pacto de cooperação.

É agora generalizável o conceito de ponto-sela através do conceito de ponto de equilíbrio de Nash (Tavares, 1996).

> *"O ponto de equilíbrio de Nash (Nash, 1950) que se define como sendo a escolha feita pelos n jogadores {d1, …, dn} de tal modo que para qualquer jogador i não seja possível escolher uma estratégia d'i ≠ di que venha a originar para i um resultado mais vantajoso do que di, admitindo as restantes estratégias {d1, …, di-1, di+1, …, dn}" (Tavares, 1996).*

Uma combinação de estratégias constitui um equilíbrio de Nash quando cada estratégia é a melhor resposta possível às estratégias dos outros jogadores. Para o dilema dos prisioneiros o ponto de equilíbrio de Nash corresponde à confissão mútua, deixando excluída uma solução melhor para ambos.

5.1 *Jogos cooperativos*

Quando os jogadores estabelecem compromissos, e estes possuem garantias efectivas, o jogo será então cooperativo. Os jogos cooperativos são aqueles nos quais os jogadores podem fazer acordos vinculativos e aplicáveis. A cooperação não terá de ser necessariamente com todos os jogadores.

Nestes jogos, existe a possibilidade de os jogadores formarem coligações, o que corresponde a tomarem decisões em conjunto. No entanto, qualquer jogador só fará coligações se estas lhe proporcionarem ganhos. Assim sendo, é necessário verificar a existência de ganhos de cooperação e, caso eles existam, terá de ser feita a sua distribuição. Admite-se, também, a possibilidade de redistribuição de custos no interior de cada coligação. Um dos métodos utilizados que permite repartir os ganhos ou os custos é o valor de Shapey, representado pela seguinte expressão (Tavares, 1996):

$$y_i = \sum_{s \subseteq N} \frac{(s-1)!\,(n-s)!}{n!}\left[\bar{v}(s) - \bar{v}(s-i)\right]$$

$\bar{v}(s) - \bar{v}(s-i)$, traduz o valor que a presença do elemento i na coligação s. Tal pode observar-se identificado o valor da coligação $v(s)$ e quando essa coligação fica sem i $v(s-i)$. A diferença deve-se à presença do i.

5.2 *Jogos não cooperativos*

Foi Nash, em 1950, que definiu, no espaço de cinco parágrafos, a formulação definitiva da teoria dos jogos não cooperativos com um número finito, mas arbitrário, de jogadores (Khan e Sun).

Um jogo diz-se não cooperativo quando os jogadores não estabelecem compromissos ou cooperações entre si.

Assim um jogador para tomar as suas opções admite no seu racional que os restantes teriam prioridade de escolha e consequentemente ele só escolheria as suas opções depois dos anteriores o terem feito. Pressupõe ser cauteloso dentro do espaço das opções que os anteriores supostamente irão jogar.

6. Considerações finais

Este artigo pretendeu apenas fazer uma breve aplicação da teoria dos jogos, no intuito de sensibilizar para a vantagem do seu uso. No entanto havia muito mais a referir em relação a esta temática.

Situações que envolvem interacções racionais entre pessoas, ou mesmo entre Estados, que se comportem estrategicamente podem ser analisadas formalmente como um jogo. Esta teoria é utilizada em diversas áreas do saber para apoiar a tomada de decisão, ou simplesmente compreender como se processam certos fenómenos.

A teoria dos jogos, actualmente, permite três tipos de apoio, modelos (Tavares, 1996, p.422):

- *Negociais ou de bargaining, que se destinam a obter uma solução mais favorável para um dos jogadores;*
- *De redução de conflitos ou de efeitos catastróficos, que se destinam a reduzir o risco de que sejam tomadas certas opções condicentes a níveis de conflito ou violência especialmente graves;*
- *De cooperação que se destinam a apoiar o conjunto dos jogadores de modo a que as suas opções correspondam à solução que maximize o benefício líquido global.*

A pertinência da temática merece que se procure o seu desenvolvimento em trabalhos futuros.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BALL, A. (1985). *Mathematics in the social and life sciences*, Ellis Horwood.

BRAMS, S. (2005). *Game Theory*, International Encyclopedia of the Social Sciences, Dezembro.

DRESHER, M. (1961). *Games of Strategy Theory and applications*, The RAND Corporation.

FIANI, R. (2004). *Teoria dos jogos*, Para cursos de Administração e Economia. Elsevier Editora Ltda.

HILLIER, F e Lieberman, G. (1995). Introduction to Operations Research. Sixth Edition. McGRAW-HILL International Editions.

KHAN, M e SUN, Y. *Non-Cooperative Games with Many Players*, Internet: http://www.econ.jhu.edu/People/Khan/ahbook11.pdf, consultado em 4 de Janeiro.

LISBOA, E. (2004). *Teoria dos Jogos*. Internet: http://www.ericolisboa.eng.br/cursos/apostilas/po/cap8.pdf, consultado em 3 de Janeiro.

MARINHO, H. (2008). *O Estudo das Relações Internacionais*, Teorias e Realidade, Aduaneiras, São Paulo.

MATOS, M e FERREIRA, M. (2004). *Teoria de jogos: Jogos de n-jogadores*, Educação e matemática nº 80. Novembro/Dezembro. Internet: http://www.apm.pt/files/_teoria_jogos_low_4264bb74aae6c.pdf, consultado em 18 de Dezembro.

TAVARES et al. (1996). *Investigação Operacional*. McGraw-Hill, Lisboa.

TUROCY, T e STENGEL, B. (2001). *Game Theory*. CDAM Research Report LSE-CDAM-2001-09. Outubro.

ZUGMAN, F. (2005). *Teoria dos Jogos* - Uma introdução à disciplina que vê a vida como uma sequência de jogos. Internet: http://www.iced.org.br/artigos/teoria_jogos_fabio_zugman.PDF, consultado em 20 de Dezembro.