SOBRE A OBRA ARS ARITHMETICA, DE JUAN GUIJARRO SILICEO

Joaquim Eurico Nogueira (FCT-UNL e CELC-UL)
José Alberto Rodrigues (CM-ISEL e CEMAT-IST)
Vítor Marçal Lourenço (Coronel, Academia Militar)

Na Biblioteca da Academia Militar – instituição já quase bicentenária – encontramos um livro de Matemática datado de 1514, o qual, para além de ser o mais antigo aí presente, tem o mérito de, pela sua leitura e estudo, nos permitir lançar um breve olhar sobre o desenvolvimento desta disciplina em plena época dos Descobrimentos. A obra em questão[1] intitula-se "Ars Arithmetica" isto é, *A Arte da Aritmética* e foi escrita pelo estudioso espanhol Juan Martínez Guijarro, que viria a ser, três décadas após a sua publicação, bispo de Cartagena e arcebispo de Toledo.

Uma leitura do livro – redigido em latim, então a língua considerada *erudita* – permite apercebermo-nos que o autor não teve a intenção de nele apresentar resultados inéditos, mas antes expor os principais métodos aritméticos conhecidos e de reconhecida utilidade prática. Nisto segue a tradição então vigente, velha de pelo menos três séculos,[2] de redigir tratados de aritmética com aplicações comerciais.

No fim da Idade Média, época em que o saber se encontrava pouco disseminado e ainda menos estruturado, a matemática era principalmente ensinada nas universidades (Paris, Roma, Perugia, Coimbra, entre outras) e nas escolas dos *Maestri d'abaci* italianos e seus equivalentes franceses e alemães, os *Maistre d'Algorisme* e *Rechenmeister*, cujas funções consistiam em ensinar o cálculo aritmético elementar, necessário à actividade comercial. As principais obras de matemática que, no final dessa época,

---

[1] Na Península Ibérica está referenciado apenas mais um outro exemplar deste livro, na Biblioteca da Universidade de Santiago de Compostela (cf. [1])

[2] Leonardo de Pisa, o mais importante matemático medieval, publicara a sua obra mais marcante, o *Liber Abaci*, em 1202, com a mesma intenção..

surgiram à luz do dia, foram a *Triparty en la science des nombres*, do francês Nicolas Chuquet (1484), onde o autor depois de expor a numeração árabe e as diversas operações aritméticas, enuncia métodos de extracção de raízes quadradas e de resolução de equações e, em 1494, a *Summa de arithmetica, geometrica, proportioni et proportionalita*, do erudito franciscano Luca Pacioli – colaborador de Leonardo da Vinci – que, com mais de seiscentas páginas, corresponde a uma autêntica súmula do conhecimento matemático da época. Apesar de não conter resultados originais, esta obra, pelo seu conteúdo enciclopédico, marcaria o desenvolvimento matemático[3] do século que se seguiria.

No dealbar da Idade Moderna, a Espanha encontrava-se culturalmente bastante afastada do resto da Europa: nação acabada de formar, com as suas forças vivas direccionadas para a actividade militar, a qual se viria a concretizar na conquista de extensos territórios americanos, assim como na expansão para a Europa: Alemanha, Países Baixos e Portugal (a qual, nestes três casos, foi de curta duração). A actividade científica só se começaria a salientar na segunda metade do século XVI, após a publicação da "*Arithmética práctica y especulativa*" (1562) de Juan Pérez de Moya, na sequência de um ambicioso programa científico, patrocinado pelo rei Filipe II (que se traduziu em aprofundados estudos relativos à geografia peninsular) e da fundação da *Academia de Matematicas*[4], em Madrid, em 1582, por Juan de Herrera. Nessa instituição se congregaram os engenheiros e cosmógrafos da corte, os quais durante o seguinte meio século, aí desenvolveram trabalhos de carácter prático incidindo principalmente nos campos da matemática, da cosmografia, da geografia, mecânica e da arquitectura. Mas recuemos um pouco no tempo, no princípio do século XVI poucos foram os espanhóis que se distinguiram no campo das ciências exactas. Gaspar Lax (1487-1560) foi um deles: estudou em Paris na Sorbonne, em França ensinou no Collége de Calvi e no Collége de Montaigu e voltando para Espanha, foi professor na Universidade de Saragoça, tendo-se distinguido como filósofo e lógico; Juan de Ortega (1480-1568) também merece menção especial pelos livros que escreveu como: *Tractado subtilisimo d'arithmetica y de geometria* (1512), sobre aritmética comercial e geometria e ainda *Cursus quattuor mathematicarum artium liberalium* (1516); Juan Martínez Guijarro (1485-1557), foi outro autor da obra sobre a qual este artigo se refere.

---

[3] Merece realce o facto de Pacioli, utilizando um método que só seria aprofundadamente estudado no séc. XVII, por Isaac Newton, conseguir calcular valores aproximados de raízes quadradas e ainda a sua análise (incorrecta) de jogos de sorte e azar, os enigmas que colocou relativos a teoria dos números e a sua colecção de quadrados mágicos.

[4] De entre as instituições relacionadas com a actividade científica em Espanha, no séc. XVI, as mais relevantes foram as universidades, a *Casa de Contratación* de Sevilha, a *Academia de Matemáticas* de Madrid, o Laboratório do Escorial e os Jardins Botânicos.

Juan Martinéz Guijarro, nasceu em Badajoz em 1485 no seio de uma modesta família de *cristãos velhos* da Estremadura espanhola, tendo feito estudos rudimentares de Gramática na localidade de Llerena e de Filosofia, em Sevilha, período durante o qual sofreu muitas privações. Desejando continuar a sua instrução, viajou até Paris (seguindo o conselho de um amigo religioso) onde, enfrentando muitas dificuldades[5] de alojamento e de alimentação, aprendeu Latim e Dialéctica. Estudou aí Lógica, leccionada por Jean Dullaert, tendo integrado o círculo filosófico de Jean Mair e deixado-se influenciar pela corrente nominalista iniciada por Roger Swineshead[6]. Durante esses mesmos anos também estudou Matemática, não havendo certezas sobre se frequentou algum curso ou se foi autodidacta; sabemos no entanto que, em 1513, publicou a que é considerada sua obra maior, a "Ars Arithmetica".

Ao voltar a Espanha passou a ser o responsável pela Cátedra de Lógica Nominalista, na Universidade de Salamanca e posteriormente (1522) pela de Filosofia Natural. Pouco tempo depois recebeu ordens religiosas (sabemos que, em 1525, foi nomeado cónego). Em 1534, sob proposta da Imperatriz Isabel, esposa de Carlos V, foi nomeado preceptor do jovem príncipe Filipe – o futuro rei Filipe II. Terminada a tarefa, foi nomeado arcebispo de Cartagena (desde 23-II-1541 a 1546) e de Toledo (a partir de 1546), recebendo o barrete cardinalício, sob nomeação do Papa Paulo IV, em 20-XII-1555. Em Toledo fundou o *Colégio das Donzelas Nobres*, o *Colégio dos Infantes*, o *Mosteiro das Recolhidas de Santa Maria, a Branca* e um asilo para deficientes mentais. Como aspecto menos positivo da sua personalidade, saliente-se o ter-se revelado inimigo encarniçado da Companhia de Jesus.

Relativamente à sua principal obra, a *Ars Arithmetica*, podemos destacar o facto de se encontrar estruturada em duas secções (teórica e prática), ambas dedicadas a Frei Alonso Manrique, então bispo de Badajoz.

O início da obra é elementar. Surgem nela resultados que o autor designa como definições, "Diffinitum", mas que, na realidade são, segundo a actual terminologia, axiomas e teoremas; estes não são demonstrados, apenas exemplificados. As primeiras "definições" são rudimentares:

- *Unitas est qua unum quodq unum ess dicitur (A unidade é aquilo pelo qual todos os números começam)*;

[5] Escolheu o patronímico de Siliceo (por ocasião dos seus estudos em Paris e seguindo a sugestão de um colega), pois tal escolha permitia-lhe perpetuar o apelido materno (Guijarro) como símbolo de algo simultaneamente elementar e permanente, que exprimiria a sua atitude face à vida.

[6] Também conhecido como Suiseth – o *Calculator*. Esta corrente filosófica surgiu, por volta de 1350, em Oxford, na Inglaterra.

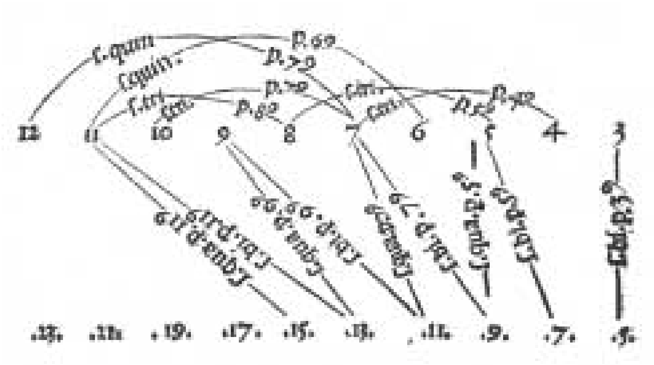
- *Numerus est composita ex unitatibus multitudo (Os números são uma multidão formada por unidades)*;
- *Pars aliquota est quae aliquotiens sumpta suum numerum efficit atq metitur (Parte aliquota é aquela que tomada o seu quociente esse mesmo número de vezes permite completar o número).* A nossa interpretação é a de que, se n for um divisor de m, então $\frac{m}{n}$ é uma parte aliquota e $\frac{m}{n} \times n = m$.

Seguem-se mais alguns resultados bastante simples:

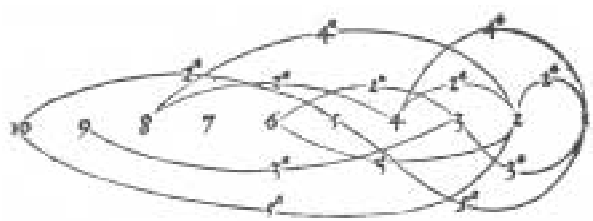
- *Numerus duplus est numerus multiplex bis minorem numerum eque continens (Número duplo é o número múltiplo que contém o número menor duas vezes)*;
- *Numerus triplus est numerus multiplex bis ter eque minorem numerum includens (Número triplo é o número múltiplo que contém o número menor três vezes)*;
- *Numerus sesquialter est numerus superparticularis qui semel tantu minorem cui refertur intercipit & eius medietatem (Número sesquialtero é o número que corresponde ao número menor mais a sua metade).* Por exemplo, 3 é o sesquialtero de 2, 6 é o sesquialtero de 4;
- *Numerus sesquitertius siue epitritus est numerus superparticularis tantum semel minorem includens eiulq tertiam adhuc partem (Número sesquitercio é o número que corresponde ao número menor mais o seu terço).* Por exemplo, 4 é o sesquitercio de 3, 8 é o sesquitercio de 6).

Juan Guijarro refere como se devem ler os números, contando os algarismos a partir da direita: *secundum dena /tertium centena/ quartum millena/ quintum dena/ sextum centena/ septimum millena/ octauu dena /nonum centena /decimun millena* (nos dias de hoje é normal agruparmos os algarismos de um número em pequenos grupos de três algarismos consecutivos, onde estes ficam associados às unidades, dezenas e centenas); pormenorizando de seguida: *… quartuu est in ordine millena dicitur* (milhar). *Quintum vero decies millena* (dezena de milhar). *Sextum centies millena* (centena de milhar). *Septimum autem milies millena* (milhar de milhares). *Octauum decies milies millena* (dezena de milhar de milhares). *Nonum centies milles millena* (centena de milhar de milhares). *Decimum millies millies millena* (milhar de milhar de milhares) que, segundo o autor, corresponde, em castelhano, a um milhão, *millón* (actualmente o substantivo "milhão" designa mil milhares).

O autor também apresenta algumas tabelas da adição de números naturais,



do produto,



e ainda refere listagens de quadrados perfeitos.

A obra torna-se mais interessante quando são exibidos exemplos concretos de conversão de moedas: querendo adicionar 3456 escudos, 4567 francos e 5678 duodenos e sabendo que 1 duodeno corresponde a 12 turonos, que 1 franco iguala 240 turonos e que 1 escudo corresponde a 420 turonos, faz a conta 5678 x 12 + 4567 x 240 + 3456 x 420 = 2615736 turonos. Mas e se se pretendesse obter a soma, em ducados, de 1234 duodenos, 2345 francos e 3456 escudos, como se procederia? Em primeiro lugar o autor nota que 1 franco iguala 20 duodenos e que 1 escudo corresponde a 35 duodenos. De seguida faz a conta 1234 + 2345 x 20 + 3456 x 35 obtendo um total de 169094 duodenos. Como 1 ducado são 40 duodenos, faz a divisão e apercebe-se que o seu total é de pouco mais de 4227 ducados. Por arredondamento, toma esse valor como sendo o resultado pretendido.

Martinez Guijarro consagra ainda algumas páginas à dedução de um método que lhe permite obter raízes quadradas de um número arbitrário, método esse que depois exemplifica extraindo a raiz quadrada de 7306259.

3						
7	3	0	6	2	5	9
*		*		*		*
2						
4						

3	3	0				
7	3	0	6	2	5	9
*		*		*		*
2		7				
4	5	4				

Começa por separar o número inicial em grupos de dois e procurar qual o maior quadrado perfeito inferior ou igual ao par de algarismos situado mais à esquerda que, neste caso, é o 07 (o zero não se encontra escrito); o quadrado perfeito em questão é o $2^2 = 4$.

Escreve-se 2 na linha do meio, 4 na de baixo e 3 = 7 - 4 na linha de cima, ao lado da qual se acrescenta o número 30. Procuramos, de seguida, o maior algarismo *a* tal que 4*a* x *a* seja inferior ou igual a 330. Esse algarismo é o 7 pois 47 x 7 = 329.

Escrevemos então o algarismo 7 na linha do meio (ficamos com 27) e o seu dobro, 54, na de baixo. Acima do 330 escreve-se 330 - 329 = 1, ao lado do qual se acrescenta o número 62, que se faz subir da linha central

		1	6	2		
3	3	0				
7	3	0	6	2	5	9
*		*		*		*
2		7		0		
4	5	4				
		5	4	0		

		1	6	2	5	9
3	3	0				
7	3	0	6	2	5	9
*		*		*		*
2		7		0		3
4	5	4				
		5	4	0		
			5	4	0	3

Procuramos, de seguida, o maior algarismo *a* tal que 54*a* x *a* seja inferior ou igual a 162. Esse algarismo é o 0 pois 540 x 0 = 0 < 162 e 541 x 1 = 541 > 162.

Escrevemos então o algarismo 0 na linha do meio (ficamos com 270), na de baixo o seu dobro, 540 e na de cima 162, ao qual acrescentamos os números 5 e 9.

Procuramos, de seguida, o maior algarismo *a* tal que 540*a* x *a* seja inferior ou igual a 16259. Esse algarismo é o 3 pois 5403 x 3 = 16209 < 16259.

Escrevemos então o algarismo 3 na linha do meio; ficamos com 2703, que é a raiz quadrada (aproximada) do número em questão.

Bastante mais se poderia dizer sobre as restantes secções desta obra, mas o estilo geral mantém-se: é, essencialmente, um manual de aritmética elementar. Em termos científicos, nos dias de hoje o valor da "Ars Mathematica" é reduzido, sendo-lhe atribuída apenas alguma importância devido à sua antiguidade; mas na época da sua publicação não foi assim. Tendo sido publicada pela primeira vez em 1513 em Paris, foi objecto de várias reedições, algumas das quais após a morte do autor. Seria sinal de que a exposição era bastante clara e adaptada ao público a que se destinava ou apenas consequência da raridade de textos práticos versando sobre matemática?

Conclui-se este artigo com uma listagem das obras de Juan Martínez Guijarro (de índole científica e religiosa):

Ars Arithmetica... in Theoricen et Praxim scissa, omni hominum conditionis perque utilis et necessaria (editado em Paris em 1513, 1514, 1519, 1526 e em Valência em 1544). Tradução para castelhano: *Ars arithmetica, dividida en teórica y práctica, utilísima y necesaria para hombres de toda condición*, introdução, tradução e notas de J. Cobos/ E. Sánchez Salor (Badajoz/Cáceres, Universidade de Extremadura / Editorial Regional de Extremadura, 1996);

In Aristotelis Perihermeneias, Priores, Posteriores, Topica et Elencha (publicada em Paris; são comentários aos livros de Aristóteles mencionados no título);

Siliceus in eius primam Alfonseam sectionem in qua primaria dyalectices elementa comperiuntur argutissime disputata, editada em Salamanca, em 1517, por Laurentius de Hondedeis. É uma enciclopédia de lógica, dividida em quatro secções;

Logica brevis J.M. Silicei in artibus et sacra theologia M. Nunc demum ab eodem mundior et in multis locupletata prodiit (Salmanticae, 1518); *nunc vero ab eodem recognita et multis in locis auctam prodiit* (editada em Salamanca, em 1524, contém as lições das aulas que proferiu na Universidade se Salamanca);

Arte calculatorio (Salamanca, 1520);

(ed.) *Calculatoris Suiset Anglici sublime et prope divinum opus in lucem recenter emissum, a multis quibus antes hac conspesum fuerat medii expitum et novis* *compendiosisque titulis illustratum novo tandem ordine quo lucidius foret digestum atque distinctum, cura atque diligentia philosophi Silicei* (1520) (tradução e correcção da obra de Roger Swineshead);

Declaracion del Pater Noster y Ave Maria (Toledo, 1551);

Defensorium Statuti Toletani (Toledo, s.a.);

De divino nomine Iesu per nomen Tetragrammaton significato, In Canticum Magnificat, In Orationem Dominicam et Salutationem Angelicam (Toledo, 1550);

Opúsculos Marianos del Cardenal Siliceo, Arzobispo de Toledo; traducidos por D. Ramón Riu y Cabanas; y publicados por la Academia Bibliografico-Mariana (Lerida, 1891).

Agradecemos ao senhor Arcebispo Primaz Emérito D. Eurico Dias Nogueira e à senhora Doutora Ana Alexandra Sousa da Faculdade de Letras de Lisboa, pelo contributo prestado na realização deste trabalho.

Bibliografia

[1] M.C. Díaz y Díaz; Aires A. Nascimento; J.M. Díaz de Bustamante; M.I. Rebelo Gonçalves; J.E. López Pereira; A. Espírito Santo, *Hislampa. Hispanorum Index Scriptorum Latinorum Medii Posteriorisque Aeui. Autores Latinos Peninsulares da Época dos Descobrimentos (1350-1560)*, Lisboa, INCM.

[2] J. M. Guijarro**,** *Ars Arithmetica Ioannis Martini Silicei: in Theoricen et Praxim scissa: omni hominum conditioni perque utilis et necessaria*, Paris, 1514.

[3] R. Prósper, *Juan Martínez Silíceo*, Revista de la Sociedad Matemática Española, n.º 5, págs. 153–156.